



**EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD FORMULAR PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL
PREUNIVERSITARIO**

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Yamilys María Bagué Luna

Cienfuegos

2024



**EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD FORMULAR PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL
PREUNIVERSITARIO**

Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en ciencias de la educación

AUTOR: Lic. Yamilys María Bagué Luna, M. Sc.

TUTORA: Prof. Tit. Lic. Yohanna de la Caridad Morales Díaz, MSc., Dr. C.

Cienfuegos

2024

Agradecimientos

Es difícil simplificar las palabras cuando se trata de agradecer a las personas que me han acompañado durante este proceso y lo han hecho suyo.

Infinito agradecimiento a mis padres, siempre pendientes de mí como si fuera una niña y capaces de cualquier sacrificio para que no sucumba ante las adversidades.

A mi esposo por su amor y apoyo constante.

A mis hijos por entender, a pesar de su edad, las tantas veces en que, por estar inmersa en la investigación, no les presté la atención que merecen.

A mis hermanos por celebrar cada uno de mis logros.

A mi tutora, hoy entrañable amiga, por aceptarme a pesar de no conocerme y guiarme en cada paso con su nobleza infinita e inteligencia envidiable.

A mis compañeros del Colegio Universitario, en especial a mi amiga Yude por cubrirme siempre y asumir mi trabajo como suyo.

A Virginia, quien también perdió el sueño varias veces y supo ser además de jefa, una gran amiga.

A mis muy queridas profesoras María de Lourdes Bravo y Amada Alvarado por sus enseñanzas y saberes compartidos.

A mi profesor Longino Muñoz del Sol por atenderme siempre con el mismo cariño a pesar de los años y compartir conmigo su amplio caudal de conocimientos.

A la Dra. Lidia Lara por sus oportunas consideraciones.

Al Dr. Adrián Abreus, a quien acudí en reiteradas ocasiones y nunca dudó en prestar su ayuda.

Al profesor Luis Orestes Oliva Quintana, quien me apoyó muchísimo en el afán de lograr una obra, si bien no perfecta, si lo mejor acabada posible.

Al CEDDES de la Universidad de Cienfuegos y su Programa de Doctorado en Ciencias de la Educación, por contribuir de manera directa en mi formación como Máster y Doctora, en particular, a las doctoras Silvia Vázquez, Katia Sánchez y Ángela Sarría por su apoyo constante.

A todos, muchas gracias

Dedicatoria

A mi mamá, por hacer de esta obra su sueño cumplido

A mis niños Diego y Darío para que les sirva de ejemplo y comprendan el valor del sacrificio y la constancia, siempre que se trate de alcanzar un sueño

SÍNTESIS

El desarrollo de la habilidad formular problemas influye notablemente en el pensamiento y la personalidad de los estudiantes, pues les permite comprender la esencia de la actividad matemática y sus vínculos con el medio en que se desenvuelven. En correspondencia, se debe transformar la enseñanza tradicional por una que anticipe, la preparación para la vida en una sociedad que concibe innovaciones constantes. Desde esta mirada, se identifican las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos a partir de la aplicación del principio heurístico de analogía y el procedimiento teórico experimental. Estas se insertan en una estrategia didáctica que figura como resultado científico, además, se ofrecen sugerencias metodológicas para su implementación en la práctica.

La investigación se desarrolla con un enfoque dialéctico - materialista y se asume como paradigma la combinación e integración de las rutas cuantitativa y cualitativa, sustentado por el empleo de varios métodos, procedimientos y técnicas. La aplicación de los instrumentos permite la validación tanto de los fundamentos teóricos expuestos como la viabilidad de la aplicación de la estrategia didáctica, lo que facilita las herramientas necesarias para organizar y comprender el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática en el nivel educativo preuniversitario.

INDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO I. FUNDAMENTOS TEÓRICOS QUE SUSTENTAN EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD FORMULAR PROBLEMAS MATEMÁTICOS	12
1.1 El desarrollo de habilidades en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática	12
1.1.1 El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario	12
1.1.2 La formación y desarrollo de habilidades.....	16
1.1.3 Las habilidades matemáticas	23
1.2 El desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos desde su estructura interna	26
1.2.1 Los problemas en el contexto de la enseñanza de la Matemática	26
1.2.2 La habilidad formular problemas matemáticos	32
1.2.3. La estructura interna de la habilidad formular problemas matemáticos	38
CAPÍTULO II. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA DESARROLLAR LA HABILIDAD FORMULAR PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL PREUNIVERSITARIO	50
2.1 Valoración de las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos mediante la aplicación del Método Delphi	50
2.2 Valoración de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos	63
2.2.1 La estrategia didáctica: consideraciones necesarias.....	63
2.3.1 Fundamentos que sustentan la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario.....	66
2.2.3 Rondas de expertos para la valoración de la estrategia didáctica	71
2.3 Sugerencias metodológicas para la aplicación de la estrategia didáctica	77
CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA.....	88
3.1 Caracterización de los grupos que participan en la investigación	88
3.2 Implementación de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos	93
3.2.1 Etapa de diagnóstico.....	94
3.2.2 Etapa de planeación	101
3.2.3 Etapa de ejecución	105
3.2.4 Etapa de evaluación.....	110
3.3 Análisis y discusión de los resultados de las pruebas pedagógicas aplicadas a los estudiantes	110
CONCLUSIONES	116
RECOMENDACIONES.....	117
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
ANEXOS	

INTRODUCCIÓN

“...demasiado tiempo la resolución exitosa de problemas se ha alabado como la meta; ha llegado el momento de dar a la creación de problemas un lugar prominente pero natural en los planes de estudio y en las clases de Matemática...”

Ellerton (2013)

La educación, en su sentido más amplio, es una inversión rentable a largo plazo y un medio eficaz que contribuye, de manera positiva, a transformar el difícil panorama ambiental existente mediante el desarrollo de sentimientos, actitudes y valores necesarios para lograr la conciliación más inteligente entre medio ambiente y desarrollo (Santos, et al., 2017). Por tal razón, ocupa un lugar primordial en la Comisión Económica para la América Latina (Santiago de Chile. CEPAL, 2016) y en el Objetivo de Desarrollo Sostenible (ODS) 4 de la Agenda 2030, aunque está demostrada su influencia en el cumplimiento de los restantes objetivos y forma parte de las estrategias para alcanzar cada uno de ellos. En consecuencia, si se tiene en cuenta, que el fin de la educación es el desarrollo integral del estudiante para insertarse en la sociedad, los cambios en las diferentes materias escolares, con énfasis en la Matemática, son apremiantes. Dichos cambios, se generan con el firme propósito de que los estudiantes sean capaces de buscar, seleccionar, analizar, presentar datos e integrar significativamente la tecnología para poder transformar sus ambientes de estudio tradicionales. En relación con esto, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), en el artículo 30 de su XL Conferencia General correspondiente al año 2018, enfatiza en la necesidad de una mayor conciencia mundial en cuanto al fortalecimiento de la enseñanza de la matemática y los desafíos en ámbitos como la inteligencia artificial, la medicina, la energía, la ingeniería, la robótica, las artes, la agronomía y el desarrollo sostenible.

En este sentido, Díaz Canel (2019), Sarduy et al., (2020) y Quintanilla (2020) coinciden en que la enseñanza de la Matemática contribuye a ordenar el pensamiento, laborar por procesos y a la formación integral de la personalidad de los estudiantes, así como al logro de actitudes positivas, para comprender, transformar y propiciar una mejor concepción científica del mundo. Los criterios mencionados, justifican el estudio y planificación del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y de manera particular, la formulación y resolución de problemas como un tema medular en cada uno de los niveles educativos. Al respecto, Malaspina (2017) refiere que la formulación de problemas es la habilidad que mayor imbrica la lectura y la producción de textos, pues las reflexiones que les son inherentes permiten hacer variaciones a problemas trabajados y a elaborar otros a partir de situaciones concretas. En tal sentido,

la labor de los docentes como gestores del aprendizaje, implica el diseño, la planificación, la organización y la evaluación de todos los procesos escolares, los que involucran emociones, valores éticos, actitudes, conocimientos y habilidades.

Desde esta perspectiva, la formación y desarrollo de habilidades dentro del proceso de enseñanza aprendizaje (PEA) se aborda a nivel internacional por autores como: Leontiev (1981), Galperin (1986) y Talízina (1988), quienes centran su atención en la teoría de la actividad, la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales y en la teoría de las habilidades y los hábitos. En Cuba, se destacan: Brito y González (1987), Fariñas (1995), Álvarez (1999), Mulet (2006), Reyes y García (2014), Ceballos (2016), Villarreal et al., (2017) y Morales et al., (2018).

De manera particular en las habilidades matemáticas los estudios de Krutetskii (1976), Geisler et al., (1979), Jungk (1982) y Müller (1984) marcan pautas a nivel internacional. En este ámbito, pero más adelante, cabe mencionar a Medina (2018), López (2018), Turizo et al., (2019), Morales y Osorio (2019), Chile y Oruro (2019) y Vásquez (2021) quienes muestran significativos avances en el desarrollo de las habilidades numéricas y geométricas. En Cuba, se desatacan, Montes de Oca (2002), Bravo (2002), Martínez (2003), León y Barcia (2011), Morales (2014), Ramírez y Vizcarra (2016), Del Río et al., (2016), Martínez et al., (2018), Fernández (2018), Formoso et al., (2018) y Caligaris y Rodríguez (2019).

Los autores antes mencionados, coinciden en la importancia del desarrollo de habilidades matemáticas para la formación de los conocimientos en los estudiantes, el desarrollo de la inteligencia y el pensamiento lógico, lo que les permite resolver problemas a lo largo de su vida. Precisamente una de las habilidades que conlleva la ejecución de acciones como razonar, comprender y analizar, es resolver problemas, por lo que, afianzarla constantemente mediante la práctica de actividades aplicadas a la vida cotidiana proporciona a los estudiantes independencia y seguridad en su actuar, por lo tanto, su desarrollo es de vital importancia, sobre todo como base fundamental para la formulación de problemas. Muchas investigaciones se centran en los procesos de resolución, sin embargo, es tan importante resolver problemas como plantearlos, a partir de situaciones que requieran su formulación precisa. Según Codes et al., (2020), la resolución de problemas matemáticos y la adecuada elección de escenarios que fomenten la creatividad, dan sentido a la formulación. Lo anterior está asociado fundamentalmente, al desarrollo con éxito de los procesos de resolución en los que la lectura, comprensión y análisis de textos desempeñan un papel protagónico, y estos a su vez, guardan estrecha relación con la construcción, aspecto significativo para la formulación de problemas matemáticos.

Esta relación estrecha es considerada por Delgado et al., (2019), al referir que la interdependencia de la construcción y la comprensión lectora debe ser vista en un sentido amplio, es decir, leer el mundo. Al comprender se descubre la funcionalidad de las estructuras lingüísticas en relación con la significación, lo que a su vez permite que se reproduzca el significado de lo comprendido. El conocimiento de los medios lingüísticos se adquiere interactuando con diferentes tipologías textuales abordando el significado (comprensión) y empleando estos medios lingüísticos en la elaboración de los mensajes (construcción). Esta es un resultado del proceso de comprensión en el que el sujeto capta el significado y su organización para poder valorarlo mediante la elaboración de nuevos mensajes.

Siendo así, lo anterior constituye un fundamento muy importante que destaca la relación existente entre resolver y formular al tener en cuenta que tanto la comprensión como la construcción se conciben como acciones de lenguaje, partes esenciales de la actividad verbal que implican comportamientos verbales y comunicativos cuya base dialógica se organiza a partir del empujar entrelazado con el razonar.

En la actualidad la habilidad formular problemas se identifica como uno de los ejes fundamentales de la enseñanza de la matemática, aunque los estudios sobre este tema adquieren auge a partir de la década de los 80. Cruz (2002), la considera como una etapa cualitativamente superior de los procesos de resolución, pues contribuye al razonamiento creativo, lógico y reflexivo de los estudiantes y la considera como un vehículo eficaz para potenciar el aprendizaje de la matemática.

Consecuentes con lo anterior, Guerra y Hernández (2013), afirman, además, que con la formulación de problemas matemáticos se fomenta el desarrollo de la expresión oral y escrita, de operaciones mentales generales tales como: el análisis, la síntesis, la generalización y la abstracción, al desarrollo del pensamiento heurístico, flexible, creativo y a la formación de habilidades generales y específicas, estrechamente relacionadas con la resolución de problemas. Dichas potencialidades contribuyen al establecimiento de vínculos estrechos entre las líneas directrices de la enseñanza de la matemática en Cuba, la formulación y resolución de problemas, así como al adiestramiento lógico lingüístico las que se funden en el acto de formular problemas matemáticos.

Esta temática se refleja en los reportes del Consejo Estadounidense de Profesores de Matemática (2022) (NCTM por sus siglas en inglés) y en el Programa para la Evaluación de los Alumnos (PISA, 2021), donde se abordan estándares para cinco bloques de contenidos matemáticos referidos a Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medición, Análisis de datos y Probabilidad, así como, cinco tipos de procesos matemáticos en los que se incluyen formulación y resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representaciones. Otros aspectos tratados son, el

pensamiento creativo, la evolución del conocimiento y las habilidades de los estudiantes en un contexto de proliferación de las tecnologías de la información, la comunicación y su capacidad para responder a las demandas de un mundo en constante cambio, en que la innovación y la creatividad devienen elementos claves para la adaptación.

La habilidad formular problemas es tratada de manera independiente en el ámbito internacional por diferentes autores: Freudenthal, (1973), Nachtergaele (1978), Smilansky (1984), Zimmermann (1985), Kilpatrick (1987), Brugman (1991), Silver (1997), Ratliff et al., (2001), De Corte et al., (2001), Brown y Walter (2005), Ellerton (2013) y Mihaela y Ellerton (2015), quienes coinciden en la importancia de formular problemas como una meta para la enseñanza. Ayllón et al., (2016), Salazar (2016), Fernández et al., (2016), Galvão, et al., (2017) y Malaspina (2017) muestran la relación entre el desarrollo del pensamiento matemático y la creatividad e identifican fases y procedimientos para desarrollar la habilidad con la formulación y resolución de problemas. Sin embargo, en ninguno de los casos se proponen acciones y operaciones para su abordaje.

Estudios preponderantes en diferentes regiones del mundo como, Estados Unidos, España, China, Corea, Israel y Turquía muestran cómo la formulación de problemas se incluye en los estándares de los currículos que sirven como documento principal para encauzar el futuro de la educación matemática; sin embargo, estas investigaciones en su mayoría son destinadas a la formulación de problemas por parte de los docentes y los docentes en formación. Por otra parte, las propuestas de Soto (2018), Guzmán (2018), Aydogdu (2018), Ulusoy y Kepceoğlu (2018), Li, et al., (2019), Mallart-Solaz (2019), Porras y Castro (2019), Llanquimán (2019), Cai et al., (2020), Martínez et al., (2020) y Öçal, et al., (2020) constituyen muestras fehacientes de la afirmación anterior, pues evidencian significativos aportes en los temas propuestos, en que abordan la metacognición y los mecanismos de formulación para potenciar la solución de problemas.

Otros investigadores como Xie y Cai (2020), Cai y Leikin (2020), Lee (2020), Baumanns y Rott (2020), Cai y Hwang (2020, 2022), Liljedahl y Cai (2021), Leavy y Hourigan (2020, 2021), Şengün y Yılmaz (2021), Örnek y Soylu (2021), Ovadiya (2021), Haghjoo y Reyhani (2022), Peng et al., (2022) y Apari et al., (2022), a pesar de coincidir en la importancia de la formulación de problemas en la enseñanza de la matemática, muestran en sus resultados que aún resulta insuficiente la utilización de las potencialidades que ofrece el desarrollo de la habilidad, pues en su mayoría se limitan a su tratamiento para dar solución a un contenido específico en la enseñanza de la matemática. De manera general, aunque la visión central de estos postulados considera importante la formulación de problemas para nutrir el pensamiento

matemático de los estudiantes, no se detallan las acciones de docentes y estudiantes en el proceso de formulación de problemas y no se muestran explicaciones suficientes sobre las acciones y las operaciones de esta habilidad.

En Cuba, se destacan Labarrere (1980), Campistrous y Rizo (1996), González, (2001), Ballester (2002), Cruz (2002) y Suárez (2004) los que muestran acciones básicas, sustentadas en los procedimientos heurísticos de Polya, para enseñar a formular problemas, además, revelan insuficiencias en el desarrollo de la habilidad, por lo que, son consultados como referentes ineludibles de esta investigación.

Rodríguez et al., (2015), Cutiño et al., (2017), Duardo et al., (2020), Rodríguez et al., (2021) y Benítez et al., (2021) centran sus estudios en plantear pasos y procedimientos para formular problemas, enfocados en los niveles educativos: primaria, maestros en formación y solo en un caso se ponen de manifiesto acciones para desarrollar la habilidad en un año del nivel educativo Técnico Medio. Se observan modelos, esquemas para valorar lo formulado por los estudiantes, así como pasos y acciones que en ocasiones resultan engorrosos para ellos, al desarrollar la habilidad. De manera general, en la bibliografía consultada, no se aprecian suficientes evidencias de estudios que expliciten las habilidades desde los presupuestos lingüísticos básicos, en aras del desarrollo de la habilidad formular problemas. En contraposición con lo anterior, los documentos normativos del preuniversitario, declaran que el eje central de la concepción general del trabajo en la asignatura Matemática lo constituye la formulación y resolución de problemas. Esto muestra que la comprensión y aplicación de los contenidos de cada núcleo temático, debe apoyarse en los nexos entre ellos, como expresión de la interrelación de las líneas directrices. Dentro de estas líneas, relativas a habilidades, capacidades y hábitos matemáticos de carácter más general, se encuentra formular y resolver problemas.

De manera particular, al concebirse el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en el preuniversitario, se asume la formulación y resolución de problemas relacionados con situaciones de la práctica cotidiana. Esto permite el tratamiento explícito de los nueve componentes del contenido de la educación integral de los educandos (Rodríguez, et al., 2019). Su abordaje, en el ámbito educativo, genera una conciencia hacia los problemas sociales y medioambientales y demuestra que por medio de la enseñanza de la matemática se contribuye a la búsqueda de soluciones de estos fenómenos.

Para explorar el estado inicial de la habilidad formular problemas se aplica una prueba pedagógica a estudiantes, en la que, luego de brindarles información relacionada con un tema de la vida práctica, escuchar sus criterios y valoraciones, se les propone formular un problema que conduzca a la solución de una ecuación lineal, arrojando los siguientes resultados: De 45 estudiantes del Instituto

Preuniversitario Urbano (IPU) Martín Dihigo Llano, distribuidos en los tres grados solo 15 logran formular un problema, de los cuales, 5 utilizan el lenguaje matemático o conceptos utilizados en expresiones matemáticas, 5 pueden resolver lo formulado, solo en 7 se percibe suficiencia y adecuación de los datos y de estos últimos, 3 alcanzan a formular un problema a partir de un texto con predominio de la concisión y la precisión.

Posteriormente se aplica una encuesta a 30 profesores de Matemática de la provincia Cienfuegos, de los niveles educativos Preuniversitario y Técnico Medio, con el objetivo de conocer su percepción sobre el estado actual de la habilidad formular problemas matemáticos y su conocimiento sobre las acciones y las operaciones que deben realizar los estudiantes para el desarrollo de la habilidad, la cual arroja los siguientes resultados: los treinta, atribuyen mucha importancia al desarrollo de la habilidad formular problemas, sin embargo, también alegan que no se aborda en clases porque no se evalúa en ningún grado, por lo que veinte (66,66%) coinciden en el desconocimiento sobre el sistema operacional que deben utilizar los estudiantes para desarrollar la habilidad. Todos concuerdan en que es poco su abordaje en los libros de texto y las clases en la enseñanza general, con énfasis en el preuniversitario. Al considerar la experiencia de la autora de esta investigación, como profesora de preuniversitario y luego del Colegio Universitario en la Universidad de Cienfuegos, las investigaciones consultadas, las encuestas a profesores, las entrevistas a metodólogos y la aplicación de controles del aprendizaje se arriba a la situación problemática dada por las siguientes insuficiencias:

- Las investigaciones a lo largo de la historia, se han centrado más en la resolución de problemas que en su formulación.
- Aunque esta habilidad constituye el eje central de la concepción general de la asignatura Matemática, aún es insuficiente el tratamiento que se le brinda en los libros de texto de la enseñanza general.
- En las investigaciones consultadas se evidencian, pocos estudios referidos al trabajo con la habilidad formular problemas desde su estructura interna (conocimientos, acciones y operaciones, motivos y objetivos) y sobre los referentes metodológicos para su desarrollo.
- Los estudiantes no se enfrentan con sistematicidad a problemas con enunciados diversos, ni reciben una enseñanza que los lleve a asumir una actitud creativa, flexible, lógica y novedosa, al formular problemas, lo que presupone una búsqueda constante de problemas por parte del profesor.
- A pesar de la preparación de los claustros, existe poca evidencia de estudios dirigidos al desarrollo de la habilidad formular problemas en el preuniversitario, así como de evaluaciones en que los estudiantes hayan formulado problemas.

- Poco abordaje por parte de los profesores de los procesos de comprensión, análisis y construcción de textos en la formulación de problemas.
- Insuficiente motivación y uso de las herramientas necesarias, por parte de los profesores, para incorporar el desarrollo de esta habilidad a su actividad pedagógica.

Por todo lo antes planteado, en relación con la importancia del tema, y las dificultades inherentes a la praxis escolar, es posible identificar como problema de investigación el siguiente: ¿Cómo contribuir al desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en los estudiantes de preuniversitario?

El objeto de investigación: el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario.

El campo de acción: el desarrollo de la habilidad formular problemas.

Para dar solución al problema científico y transformar el objeto de estudio se plantea como objetivo: proponer una estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en los estudiantes de preuniversitario.

Lo planteado permite formular la siguiente hipótesis: si se aplica una estrategia didáctica que contenga las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos, entonces se contribuye al desarrollo de esta habilidad, en los estudiantes de preuniversitario.

En este caso las variables son:

Variable independiente: la estrategia didáctica

Variable dependiente: el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos

Para el logro del objetivo se proponen las siguientes tareas científicas:

1. Determinación de los fundamentos teóricos, que sustentan la formación y desarrollo de habilidades, en particular de la habilidad formular problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.
2. Determinación del estado actual de la habilidad formular problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario.
3. Obtención de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos por el principio heurístico de analogía y el procedimiento teórico experimental.
4. Valoración de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos mediante el criterio de expertos.
5. Diseño de las etapas de una estrategia didáctica, que contenga las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas en el preuniversitario.

6. Valoración de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos mediante el criterio de expertos.

7. Validación de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario, a partir de su implementación en la práctica.

En la investigación se asume el criterio metodológico de Hernández y Mendoza (2018), con la combinación e integración de las rutas de investigación cuantitativa y cualitativa, sustentadas por el empleo de los métodos, procedimientos y técnicas siguientes:

Del nivel teórico:

- Analítico-sintético: para estudiar los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en particular de la habilidad formular problemas.
- Histórico-lógico: para profundizar en los antecedentes de la evolución del objeto de estudio en los contextos internacional y nacional, enfatizando en la delimitación de las tendencias del desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos.
- Inductivo-deductivo: para establecer las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos.
- Modelación: para representar la estructura de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos.
- El método sistémico para consolidar y establecer las relaciones y nexos entre las etapas y actividades de la estrategia didáctica, así como entre las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos.
- El método hipotético-deductivo para la observación del fenómeno a estudiar, elaborar la hipótesis, en la deducción de consecuencias o proposiciones y en la verificación o comprobación de la verdad de los enunciados deducidos.

Del nivel empírico:

- Análisis de documentos: para lograr la precisión de las concepciones teórico-metodológicas de la enseñanza de la Matemática en el preuniversitario, así como, el conocimiento de los documentos normativos de la asignatura.
- Encuesta a profesores: para conocer los puntos de vista de los docentes, sobre el estado actual de la habilidad formular problemas matemáticos, sus acciones y operaciones, así como, el diseño de la estrategia didáctica.

- Observación participante: para conocer cómo se presenta en la práctica el trabajo con las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos.
- Criterio de Expertos: para valorar las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos y la estrategia didáctica
- Pruebas pedagógicas: para evaluar el trabajo con las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos.
- La experimentación: para confirmar la viabilidad y pertinencia de la estrategia didáctica, al comparar los resultados del diagnóstico y los alcanzados, a partir de un diseño cuasiexperimental del tipo pretest-postest y grupos intactos, en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en los estudiantes de preuniversitario.

Los métodos, técnicas y procedimientos de la Estadística Matemática se emplean para el procesamiento de la información recogida en los instrumentos aplicados. Estos son: los procedimientos de la estadística descriptiva, las pruebas no paramétricas, U de Mann Whitney para el análisis de la homogeneidad de los conglomerados al inicio y al final de la investigación; la de rangos con signos de Wilcoxon en la comparación de los resultados de los estudiantes en las pruebas pedagógicas, antes y después de aplicada la estrategia didáctica y la determinación del coeficiente de concordancia W de Kendall, a través de la prueba del mismo nombre, para analizar la consistencia de los juicios emitidos por los individuos que participen en la investigación. Para el procesamiento se emplea el tabulador electrónico soportado en Microsoft Excel, elaborado por Crespo (2006) y el Paquete Estadístico para las ciencias sociales (SPSS), en su versión 27.0.

El aporte teórico está dado por las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos, identificadas a partir de la aplicación del principio heurístico de analogía y el procedimiento teórico experimental.

El aporte práctico de la investigación se manifiesta por medio de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos, así como las sugerencias metodológicas para su implementación.

La novedad científica de la investigación se concede por la contribución que se realiza desde la Matemática al desarrollo de la habilidad formular problemas en los estudiantes de preuniversitario, al tomar como referente el sistema operacional de la construcción de textos para la concreción de las acciones y las operaciones como parte de la estructura interna de dicha habilidad.

La tesis está estructurada en introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos; cuyo contenido se describe a continuación

En el capítulo I aparecen las tendencias principales del PEA de la Matemática, se destaca la importancia de esta asignatura en la formación de los estudiantes de preuniversitario, se aborda el tema de la formación y desarrollo de habilidades, en particular de las habilidades matemáticas. Dentro de las anteriores se profundiza en la habilidad formular problemas matemáticos, y se obtienen por analogía, con el sistema operacional de la habilidad construir textos, las acciones y las operaciones para su desarrollo desde el PEA de la Matemática.

En el capítulo II se tienen en cuenta las valoraciones de los expertos a partir del análisis de los resultados obtenidos en la aplicación del método Delphi, con respecto a las acciones y las operaciones, así como, de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en los estudiantes de preuniversitario y se describen las sugerencias metodológicas para su implementación. El capítulo III se destina al análisis y discusión de los resultados de la implementación y validación de la estrategia didáctica, así como también a la comparación de los resultados de las pruebas pedagógicas antes y después de implementar la estrategia didáctica.

**CAPITULO I. FUNDAMENTOS TEÓRICOS QUE SUSTENTAN EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD
FORMULAR PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

CAPITULO I. FUNDAMENTOS TEÓRICOS QUE SUSTENTAN EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD FORMULAR PROBLEMAS MATEMÁTICOS

La matemática, como una de las ciencias más antiguas, constituye una herramienta fundamental para el hombre en el enfrentamiento a los desafíos impuestos por cada una de las etapas de su desarrollo. Sus múltiples aplicaciones desempeñan un importante cometido en la planificación de la economía y la sociedad en general, pues se manifiesta en el diseño de toda la tecnología existente.

En general, lo que la matemática aporta a la sociedad, se fundamenta en una mezcla de creatividad, libertad, espontaneidad y orden, de ahí la necesidad de llevar a cabo un PEA que implique una adecuada selección de objetivos y contenidos en los que profundiza el estudiante según sus necesidades. Este capítulo aborda el desarrollo de habilidades en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y como caso particular el desarrollo de la habilidad formular problemas desde su estructura interna.

1.1 El desarrollo de habilidades en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática

La educación contemporánea requiere adaptarse al contexto actual y resignificar los conceptos que han estado ligados a sus formas de actuación y procedimientos a lo largo de la historia. Reflexionar sobre el enseñar y el aprender parece una actividad inherente a los procesos educativos, pues las diferentes teorizaciones pedagógicas conducen a concepciones y posicionamientos diversos frente a estas prácticas. De acuerdo con las consideraciones de Pulido y Gómez (2017), en la actualidad existe la tendencia al desplazamiento de la enseñanza por el aprendizaje, lo que genera grandes transformaciones, sobre todo en la manera en que se asumen los diferentes roles en las nuevas dinámicas del conocimiento.

En este apartado se muestra, a través de las consideraciones de algunos autores, cómo el desarrollo de habilidades constituye objeto de atención en la actualidad, como consecuencia del acelerado desarrollo de la ciencia, la tecnología y la sociedad y en particular un reto a la educación que se agiganta en los países desarrollados y en vías de desarrollo. En correspondencia, Piloto (2020) propone tener en cuenta el proyecto educativo desde una perspectiva transformadora, incorporando la necesidad de un saber técnico, científico, estético, humanista y cívico, de manera que robustezca la formación integral de los estudiantes. Es eso precisamente, a juicio de la autora, lo que debe predominar en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la escuela contemporánea cubana y de manera particular en el preuniversitario.

1.1.1 El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario

La matemática, por su importancia para el desarrollo de la humanidad y por el papel desempeñado en

la satisfacción de las diferentes necesidades del hombre a lo largo de la historia, está incluida en todos los planes de estudio de la enseñanza general en Cuba y el resto del mundo. Siendo así, la autora coincide con Blandón (2017), al plantear que saber matemática además de ser satisfactorio, es sumamente importante para interactuar con fluidez y eficacia en un mundo matematizado y la necesidad de su conocimiento crece día a día al igual que su aplicación.

En consecuencia y a decir de Mendoza (2019), el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática renueva constantemente sus enfoques y con su desarrollo, se pretende que los estudiantes adquieran una concepción científica del mundo y una cultura integral que los habitúe a cuantificar, estimar, buscar causas y vías de solución a los problemas que enfrentan en su vida. Para Naveira y González (2021), una de las características fundamentales del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, es su coherencia con el momento histórico. En este sentido, refleja los avances de la ciencia, la tecnología y la sociedad, así como las principales aspiraciones de estas a largo y corto plazo, pues no puede concebirse este proceso aislado del contexto social.

Justamente, también para estos autores, la consideración de este contexto dota de significatividad al proceso de enseñanza aprendizaje, lo que, sin lugar a dudas favorece el aprendizaje. En la escuela, como institución encargada por la sociedad de la formación de los ciudadanos, se concreta el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, pues constituye el espacio físico por excelencia donde este se desarrolla en un proceso interactivo entre el estudiante, el profesor y otros estudiantes.

La autora considera que en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, los conocimientos, las herramientas y las maneras de hacerla y comunicarla evolucionan constantemente; lo que propicia que los estudiantes de preuniversitario sean capaces de formular y resolver problemas cotidianos, al fortalecer así el pensamiento lógico y creativo. De esta forma se asume lo planteado por Cuétara (2017), al referir que el PEA de la Matemática en el preuniversitario, es un proceso motivado, activo, reflexivo, regulado y significativo, en que el estudiante se apropia del contenido mediante formas de trabajo y pensamiento, desarrolla hábitos, capacidades, convicciones y aplica sus saberes a la resolución de problemas, con lo cual se realizan cambios relativamente estables en su personalidad.

Lo anterior coincide con los criterios emitidos por Duardo (2010), al referir que, la elaboración de los programas de Matemática del preuniversitario, son el resultado de la dinámica del sistema educativo cubano después de 1959. Estos están fundamentados en la pedagogía socialista y en ellos los conceptos matemáticos se presentan con todo el rigor científico que permiten la edad y el desarrollo intelectual de los estudiantes. Así, la esencia de la asignatura está destinada a preparar a los estudiantes

para cuestiones de la práctica, contribuir al desarrollo de su pensamiento lógico y para el desenvolvimiento humano en todos los sectores.

En dichos programas se aprovechan las potencialidades de la asignatura para la formación de la personalidad y los contenidos seleccionados garantizan la adecuada preparación de los estudiantes y el carácter instrumental de la ciencia matemática al proveerlos de la preparación para continuar estudios universitarios e incorporarse a la vida y al trabajo en la sociedad. En tal sentido, se asume, que en las clases de Matemática los estudiantes deben comprender las causas de los fenómenos; que los criterios deben ser fundamentados y que la validez de los hechos y relaciones entre ellos debe ser demostrada. Se ha de trabajar para que comprendan los problemas sociales, mediten sobre sus vías de solución y la posición que deben asumir para resolverlos.

En los nuevos Programas de Matemática y orientaciones metodológicas para el preuniversitario, Rodríguez, et al., (2018) y Rodríguez, et al., (2019) respectivamente, plantean que la enseñanza de la asignatura debe contribuir a la educación integral de los estudiantes, al desarrollo de sus capacidades mentales y a la adquisición de conocimientos, habilidades, hábitos, cualidades, convicciones y actitudes que constituyan base y parte esencial de la formación de ideales patrióticos y humanistas de la sociedad socialista y les permitan su preparación para la vida, la continuidad de estudios o para la vida laboral.

Por demás, otra característica del PEA de la Matemática del preuniversitario, es que el contenido se determina a partir del sistema de objetivos del nivel, la disciplina, de la asignatura y de las unidades del programa; se estructura sobre la base de los dos grandes grupos de líneas directrices de la enseñanza de la asignatura: las relativas a conocimientos, habilidades y formas de pensamiento matemático específicas y las relativas a habilidades, capacidades y hábitos matemáticos de carácter más general. Entre estas últimas se encuentra la línea directriz formular y resolver problemas.

Con respecto a lo anterior, la autora considera que el trabajo constante con las líneas directrices garantiza la continuidad y el carácter sistémico de la disciplina en el transcurso de los diferentes grados. Siendo así, coincide con Leiva y Guerra (2004), cuando plantean que las líneas directrices constituyen un proceso de enseñanza aprendizaje que se superpone al proceso de enseñanza aprendizaje de cada tema a desarrollar en el curso y las habilidades relacionadas con ellas no se desarrollan en los marcos de ningún tema del curso en particular, sino que se extienden a toda la asignatura, el nivel de enseñanza e incluso a varios niveles. Tales habilidades se conocen en la literatura como habilidades extendidas.

Como resultado, Duardo et al., (2020), consideran que las habilidades resolver y formular problemas son habilidades extendidas y que las mismas en su formación, constituyen líneas directrices en el

proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática. Refieren también que, las habilidades resolver y formular problemas no se corresponden con el proceso de enseñanza aprendizaje de ningún tema en particular, sino que todos los temas de la asignatura deben aportar a su desarrollo. La autora de esta investigación coincide con los criterios emitidos por estos autores.

De manera general, Álvarez et al., (2014), plantean que las líneas directrices en el PEA de la Matemática, explicitan lo esencial a lograr desde el punto de vista de los objetivos en los grados, niveles y el subsistema de educación general. Lo anterior posibilita hacer inferencias en relación con la selección y ordenamiento de contenidos y la orientación didáctica de su tratamiento, tiene carácter operativo permitiendo la dirección del PEA y actúan como lineamientos en la asignatura para asegurar la continuidad y la sistematización del tratamiento del contenido en torno a ciertos núcleos esenciales.

De manera particular los programas de Matemática del preuniversitario están elaborados desde una dimensión más amplia de contenido y sobre la base de desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura a partir de la formulación y resolución de problemas intra y extra matemáticos. Como parte de las principales modificaciones que caracterizan estos programas en el tercer perfeccionamiento de la educación en Cuba, se plantean nueve componentes del contenido de la educación para lograr la formación integral del estudiante, referidos a: la educación patriótica, ciudadana y jurídica, científica y tecnológica, para la salud y la sexualidad con enfoque de género, estética y artística, politécnica, laboral, económica y profesional, para la comunicación, educación ambiental para el desarrollo sostenible, así como, para la formación y proyección social.

La formulación y resolución de problemas permite el tratamiento explícito de todos los componentes antes mencionados. A consideración de la autora, no se trata de proporcionar datos a los estudiantes para que formulen o resuelvan problemas que impliquen dichos componentes, sino que, expresen interrogantes y formulen problemas a partir de situaciones dadas, de expresiones matemáticas, de modelos gráficos y de relaciones que respondan a sus intereses, entre los que se incluyen el ingreso a la Universidad y el estudio de su futura profesión.

En este sentido los profesores de Matemática en el nivel, deben hacer gala del dominio del contenido, de su ingenio, capacidad de búsqueda y creatividad para demostrar la relación que existe entre la materia que imparten y los problemas sociales, económicos y medioambientales a los que se enfrentan los estudiantes. Estas ideas se contemplan en los documentos normativos de la asignatura Matemática en el preuniversitario, los que exigen asumir resultados de investigaciones científicas y experiencias de avanzada en el campo de las ciencias de la educación y de la didáctica de la Matemática.

Para fundamentar lo anterior, la autora considera lo planteado por Álvarez et al., (2014), cuando expresan que el eje central del trabajo con los contenidos de la Matemática lo constituye la formulación y resolución de problemas. Esto exige que la comprensión y aplicación por los estudiantes de los contenidos de cada núcleo temático (números, magnitudes, ecuaciones, funciones, geometría, trigonometría, estadística e ideas combinatorias) debe apoyarse en las relaciones con otros.

Estas relaciones pueden perfeccionarse en los actuales programas del preuniversitario cubano, a partir del empleo de todos los libros de texto, los juegos con instrumentos de trazado, medios de enseñanza elaborados tanto por docentes como por estudiantes, video clases, videos metodológicos, software educativo de la Colección Futuro, los asistentes matemáticos (GeoGebra), el portal CUBAEDUCA. Se recomienda utilizar el simulador de funciones de software Eureka y el sistema de aplicación Excel para el trabajo con la Estadística.

El fin último de la enseñanza de la Matemática, en cualquier nivel, es sin duda, dar al estudiante una preparación sólida en los objetos y conceptos matemáticos que maneja (Zaldívar, 2003). Queda entonces en manos de los docentes que imparten la materia, trabajar porque los estudiantes desarrollen habilidades matemáticas y las utilicen como herramientas indispensables que les sirvan de apoyo para muchas de las situaciones a las que se enfrentan en su vida como ser social. Siendo así, en cualquier proceso de investigación en el campo de la educación se tiene que profundizar en elementos relacionados con la formación y desarrollo de las habilidades. Específicamente en el subepígrafe siguiente se hace referencia a este aspecto.

1.1.2 La formación y desarrollo de habilidades

Desde el punto de vista psicológico Álvarez (1999), considera que las habilidades constituyen un sistema de acciones y de operaciones para elaborar la información contenida en los conocimientos y que llevan al logro de propósitos determinados. Las describe desde el ámbito pedagógico y valora al individuo como un ente social, activo y desarrollador de la cultura. Por su parte Bravo (2002), afirma que componen el resultado de la asimilación de conocimientos y hábitos como uno de los objetivos fundamentales del proceso de enseñanza aprendizaje. Permiten la posibilidad de realizar una determinada tarea, dependiendo su éxito de las destrezas al respecto, forman parte del contenido de una asignatura, caracterizan las acciones que el estudiante realiza al interactuar con el objeto de estudio y su desarrollo permite la asimilación del conocimiento.

Para Ballester (2002), las habilidades constituyen las acciones que el sujeto debe asimilar y, por tanto, dominar en mayor o menor grado y que, en esta medida, le permiten desenvolverse adecuadamente en

la realización de determinadas tareas. Constituyen modos de actuación que se forman y desarrollan en la actividad a través de momentos como: la comprensión del modo de actuar y del orden en que deben realizarse las acciones, la asimilación de forma consciente del modo de actuación, la fijación del modo de actuación asimilado, a través de la repetición y la aplicación de las habilidades adquiridas a otras situaciones más complejas desde el punto de vista del contenido, así como, en la adquisición de nuevos conocimientos.

Estos momentos expresan un proceso en el que los estudiantes llegan a apropiarse de un modo de actuación que, sin embargo, puede conducir a la elaboración de procesos algorítmicos, a la formación de hábitos, cuando se señala como esencial la repetición de la acción con la misma dificultad hasta lograr su automatización; aunque queda positivamente planteada la idea de que deben variarse las condiciones del ejercicio y aumentar las dificultades, se destaca también el papel importante del lenguaje matemático, no solo como medio de comunicación sino como una forma de pensamiento.

Más adelante, Santiesteban (2016), plantea que las habilidades constituyen una formación psicológica individual, que gracias a la actividad y a la comunicación en un proceso de socialización, el sujeto cognoscente expresa un conocimiento en la praxis; dicho conocimiento se concreta en un sistema de acciones y operaciones dominadas por el sujeto que le permiten alcanzar un objetivo. Quintero (2019), plantea que las habilidades constituyen estructuras lógicas que requieren del control consciente de acciones, conductas, recursos cognitivos, actitudes y patrones de comportamiento implicados en cualquier actividad, que son producto de la educación.

La autora coincide con Lamas et al., (2019), al referir que las habilidades son resultado de la sistematización de las acciones que el individuo realiza, pero ellas no alcanzan el grado de automatización, debido en esencia, a que están subordinadas directamente a un objetivo consciente. La realización de las acciones que constituyen la habilidad (dada su complejidad) requiere siempre de un intenso control consciente. Estos autores señalan como elementos significativos sobre las habilidades a los siguientes: el conocimiento como premisa esencial para su formación y desarrollo, su resultado a partir de la sistematización de las acciones que el individuo realiza sin alcanzar el grado de automatización, su dominio permite una regulación consciente de la actividad, están subordinadas a un objetivo consciente y la acción existe a través de las operaciones las que son procedimientos que se subordinan a las tareas.

Por otro lado, la formación y desarrollo de la habilidad requiere de dos etapas fundamentales: la formación de la habilidad como etapa que comprende la adquisición consciente de los modos de actuar,

cuando bajo la dirección del profesor el alumno recibe la orientación adecuada sobre la forma de proceder y el desarrollo de la habilidad que sucede cuando una vez adquirido los modos de acción, se inicia el proceso de ejercitación, es decir, de uso de la habilidad recién formada en la cantidad necesaria y con una frecuencia adecuada. Para la autora de esta investigación, cada habilidad tiene su estructura independiente, caracterizada por un sistema de acciones y operaciones, también muy particular, la sistematización de dichas acciones y operaciones hace posible el dominio de la habilidad, lo que permite la solución de determinadas tareas.

La formulación de problemas matemáticos en el preuniversitario promueve la ejercitación de los modos de acción de la habilidad, pues el tránsito de los estudiantes por cada nivel educativo propicia una madurez en el pensamiento, en el razonamiento lógico y las formas de proyectarse en la asignatura, lo que no garantiza el éxito en la formulación de los tipos de problemas matemáticos correspondientes a su grado o nivel educativo. En este proceso juega un papel fundamental el profesor, en la búsqueda de herramientas que permiten a los estudiantes el desarrollo de dicha habilidad.

González (2002), plantea que la taxonomía de las habilidades acorde con las características de la escuela media está compuesta por las habilidades específicas propias de la ciencia, que son objeto de estudio. Estas habilidades se llevan a las asignaturas y se concretan en los métodos de trabajo que deben aparecer como contenido del programa. También hace referencia a las habilidades lógicas o intelectuales, que contribuyen a la asimilación del contenido de las asignaturas y sustentan el pensamiento lógico, tanto en el aprendizaje como en la vida y en tercer lugar, menciona a las habilidades de comunicación propias del PEA que son imprescindibles para su desarrollo.

Desde esta perspectiva, la autora tiene en cuenta lo planteado por Barreras y Ginoris, (2003) y Sáez, et al., (2015), cuando refieren que la formación y desarrollo de cualquier habilidad, mediante actividades o tareas docentes, requiere conocer su estructura interna, especialmente el sistema de acciones necesarias para regular dicha actividad. Toda habilidad tiene como componentes estructurales a:

1. Los conocimientos, como base gnoseológica
2. Las acciones y operaciones, como componentes ejecutores
3. Los motivos y objetivos, como componentes inductores

Lo anterior se fundamenta a partir de la formulación de la teoría de la actividad de Leontiev (1981), al referir, que todas las cualidades psíquicas del hombre se desarrollan a partir de la interacción del sujeto con objetos y fenómenos de la realidad. Esta idea la enriquece Talízina (1988), al plantear que la teoría se basa en un proceso de solución por el hombre, de tareas vitales motivado por el objetivo a cuya

consecución está orientado. Solovieva (2019), refiere que la teoría de la actividad en el campo de la enseñanza constituye una alternativa sólida que posibilita la modificación del sistema educativo de acuerdo con las necesidades de sus agentes. Incluye, además, la consideración de los elementos estructurales de cada actividad, tales como el objeto y el objetivo, el motivo, las operaciones y la base orientadora de la acción.

Montealegre (2005), plantea que la actividad tiene dos eslabones fundamentales, el de orientación y el de ejecución. El primero incluye las necesidades, los motivos y las tareas y el segundo está constituido por las acciones (relacionadas con la finalidad) y las operaciones (relacionadas con las condiciones para efectuar las acciones). La autora de esta investigación considera que el control no es menos importante, pues, como otro de los eslabones de la actividad contribuye a comprobar la efectividad de esta y permite la retroalimentación constante del proceso.

A consideración de Rubinstein (1979), la acción es una unidad de análisis que aparece solo cuando el individuo actúa y que además constituye la célula en la que pueden descubrirse los embriones de todos los elementos de la psicología en su unidad para la comprensión de los fenómenos psíquicos, a grandes rasgos considera que es la piedra angular de toda actividad humana. Más adelante Galperin (1982), plantea que la acción es el componente fundamental de la actividad y que la estructura funcional de la acción humana está constituida por una parte orientadora, una parte ejecutora y otra para el control.

Para Díaz (2010), las acciones de los individuos dentro de la actividad están siempre motivadas por el sentido, que incorpora cognición, cultura y afecto. Además, existen las operaciones o los movimientos específicos que hacen los individuos en respuesta a los diferentes fenómenos que enfrenten. Sin embargo, en esta investigación se asume la posición de Montealegre (2005), al definir como acción al proceso subordinado a una finalidad (delimitación de las condiciones de su logro) consciente. Toda acción tiene un aspecto intencional (qué debe ser logrado) y un aspecto operacional (cómo y de qué modo se logra), el cual está determinado por las condiciones objetivo-objetales de su logro.

La autora de esta investigación considera que las acciones se pueden descomponer en varias operaciones teniendo en cuenta la lógica y las relaciones entre cada una de ellas. De esta forma las operaciones son formas de realización de la acción, que, atendiendo a las condiciones reales, en las que se desarrolla la habilidad, le confieren a la acción esa forma de proceso continuo. Estos conceptos no son absolutos, pues lo que en una etapa del desarrollo de la habilidad se considera como acción, en otra puede considerarse como operación.

El docente al dirigir el proceso de formación y desarrollo de habilidades, debe estructurar la actividad de los estudiantes de modo que se tengan en cuenta las condiciones psicopedagógicas generales y específicas de su asignatura, así como, las diferencias individuales del grupo, el nivel y el grado. Siendo así, se coincide con Izquierdo y Corona (2012), al referir que la actividad no solo es la vía por la que se puede determinar la existencia de una habilidad, sino también la condición de su perfeccionamiento.

La autora considera, que cualquier sujeto motivado por una actividad, es capaz de transformarse él mismo con un fin consciente y también al medio en que se desarrolla, siempre en función de cumplir con un objetivo específico. Se asume, además, que las acciones y las operaciones constituyen mecanismos ejecutores de cualquier actividad que se realiza, como parte de la habilidad que se quiera desarrollar.

La formación de las acciones y las operaciones para cualquier habilidad siguen la idea central de la Teoría de la Formación por etapas de las acciones mentales, desarrollada por Galperin (1986) y enriquecida posteriormente por Talízina (2018), al nombrarlas etapas de asimilación de conocimientos o de la formación de las acciones intelectuales, como se muestra a continuación:

Etapas de motivación: pretende garantizar la situación de una motivación positiva de los estudiantes para iniciar el proceso de la formación de la acción intelectual dada con el concepto intelectual correspondiente. Ninguna acción humana se puede realizar sin una adecuada motivación, además de que debe ser una motivación interna, es decir, una motivación cognitiva de la acción de aprendizaje. El propio objeto de la acción, el concepto teórico, debe convertirse en el motivo de esta acción.

Etapas de elaboración: es una de las etapas centrales de todo el proceso educativo en la que los estudiantes reciben las explicaciones necesarias sobre el objetivo, objeto, sistema de orientaciones, reglas, modelos y la norma de realización de la acción. Se trata de una etapa de conocimiento previo de la acción y las condiciones de su realización, etapa de elaboración de la base orientadora de la acción (BOA), la que se caracteriza por poseer una composición completa.

Los orientadores están representados en su forma generalizada, es elaborada por el sujeto independientemente por medio del método de generalización y le son inherentes no solo la rapidez y el proceso carente de faltas, con una gran estabilidad y amplitud del traslado. Esta etapa posee un gran significado para la formación de la acción. Aquí se descubre ante los estudiantes el contenido de la base orientadora, se realiza la introducción al objetivo de la asimilación y se les muestra cómo y en qué orden se realizan los tres tipos de operaciones que se incluyen en la acción: operaciones de orientación, de ejecución y de control.

Etapa de la acción material o materializada: se trata del plano externo de realización de la acción intelectual que se está formando. Se prepara y realiza la ejecución de la acción en el nivel perceptivo. Talizina (2018), une a esta forma de la acción con la forma material y materializada y solo menciona la posibilidad de la acción perceptiva. Solovieva y Quintanar (2020), identifican a la etapa perceptiva como una etapa necesaria e independiente para la formación de la acción intelectual en las condiciones de trabajo con estudiantes regulares con problemas en el aprendizaje escolar.

Etapa de la acción verbal externa: en ella se reducen y se automatizan todos los elementos externos materiales de la acción y surge posibilidad para realizarla solo con ayuda del lenguaje de los estudiantes, que son otros tipos de apoyo materializado o perceptivo. La principal carga del contenido y del proceso de realización de la acción se realiza a través de medios verbales. Se puede tratar del habla externa del alumno, quien pronuncia en voz alta todo lo que realiza.

También se puede tratar, como una variante de realización, de la posibilidad por anotar el contenido y todas las operaciones. Solovieva y Quintanar (2020), plantean que, tal opción no puede ser óptima en los casos de problemas específicos en el aprendizaje o con estudiantes que aún no dominan el proceso lecto-escritor y lo más adecuado es utilizar su lenguaje externo oral, junto con la dirección de la acción por parte del maestro o del psicólogo.

Etapa de paso de la acción a la forma más interna y reducida: el lenguaje para sí. Se puede comprender como el proceso de solución de un problema en silencio que requiere de cierto tiempo para la ejecución. La posibilidad para realizar la acción en este plano permite pasar a la última etapa.

Etapa de control: en este momento, según Talizina (2018), se puede tratar de la acción mental propiamente dicha, debido a que todo su proceso externo se encuentra oculto, mientras que la conciencia del sujeto descubre solo el producto de su propia acción.

Solovieva y Quintanar (2020), consideran que esta última etapa también se puede comprender como un resultado óptimo al que se debe aspirar durante la organización y la planeación de cada proceso real de formación de las acciones y asimilación de conceptos. No en todas las condiciones reales de trabajo con estudiantes regulares y con problemas en el aprendizaje tal etapa se puede alcanzar, pero es útil su consideración como una meta máxima a lograr en la enseñanza y en el aprendizaje.

Los resultados de la asimilación se pueden comprender como logros de los estudiantes a partir del uso de conceptos teóricos adquiridos en las acciones intelectuales generales y específicas para cada área y para cada unidad de aprendizaje. Estos resultados se pueden evaluar durante el mismo proceso de asimilación de conocimientos, pero también es factible realizar evaluaciones finales específicas.

La manera en la que se realiza la evaluación de los resultados de la asimilación se puede cambiar radicalmente desde el punto de vista de la teoría de la actividad aplicada a la enseñanza, debido a que se basa en la formación de conceptos y en la realización de las acciones intelectuales. Las evaluaciones, sistemáticas, parciales y finales, se pueden realizar en forma de solución de problemas, así como, a partir de la formulación de problemas creativos y novedosos de conjunto con los docentes.

Las habilidades se desarrollan a partir de la ejercitación de las acciones mentales y en el marco de la actividad cognoscitiva, en que los procedimientos apoyan al profesor en la enseñanza y al estudiante en su aprendizaje. Para modelar los procedimientos de la actividad cognoscitiva, se coincide con Talízina (1988), al considerar la necesidad de separar las acciones que los componen, las relaciones que es posible establecer en la elaboración de una prescripción general que asegure utilizar este procedimiento en la solución de las tareas propuestas.

Según la teoría de la formación por etapas de las acciones intelectuales, se proponen dos modos para modelar la actividad cognoscitiva; el procedimiento teórico-experimental y el análisis de los tipos formados de actividad. Se caracterizan también, según sus funciones, su contenido y las vías de formación, a los procedimientos. Para modelar la actividad cognoscitiva a partir del procedimiento teórico-experimental, se utilizan cuatro etapas.

La primera, en que el modelo se basa en el análisis teórico de la solución de los problemas y en las dificultades presentadas por los estudiantes. La segunda, en que se realiza una verificación experimental del modelo obtenido. En la tercera, se ejecuta el modelo según la base de datos experimentales de la etapa anterior y en la cuarta, se verifica experimentalmente el modelo perfeccionado, lo que se repite hasta lograr el modelo deseado.

En esta investigación se asume que los procedimientos para desarrollar la habilidad formular problemas pueden ser modelados a partir del procedimiento teórico-experimental. De acuerdo con sus funciones, se toman los que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares de la esfera dada; según el contenido, se trabaja con los lógicos; y se utiliza como vía para su formación, la que al comienzo forma acciones aisladas y que luego se unen.

Además, se coincide con Morales (2014), al plantear que son procedimientos heurísticos por estar orientados a la búsqueda de vías de solución y que todo esto se implementa con la utilización de una BOA del tercer tipo, que tiene entre sus ventajas ser más productiva, pues responde a requerimientos más actuales de la ciencia, la tecnología y la sociedad.

La referida base orientadora para Santiesteban y Velázquez (2017) es, en esencia, el sistema de condiciones en que se apoya el hombre para cumplir la acción, presente en las actividades humanas, requiere de una profunda revisión de las asignaturas de estudio y garantiza que el estudiante, capaz de asimilar los modos de la actividad por esta vía, pueda construir todas las variantes del sistema, tanto las conocidas como las nuevas.

La autora considera que en la enseñanza de la Matemática se debe tener en cuenta el criterio de Rodríguez (2005), al mencionar como base de los procesos de aprendizaje, el desarrollo de las habilidades que hacen al individuo competente y le permiten interactuar con su medio ambiente, discriminar entre objetos, actos o estímulos, identificar y clasificar conceptos, formular o construir problemas, aplicar reglas y resolver problemas. Siendo así, para que transcurran con independencia en los estudiantes, los procesos anteriores, desempeña un papel determinante la formación y desarrollo de las habilidades matemáticas.

1.1.3 Las habilidades matemáticas

El aprendizaje de la Matemática se caracteriza a través de una circundante espiral en progreso, donde los conocimientos de los grados anteriores sirven de base para la adquisición de conocimientos nuevos, de esta forma si el estudiante no adquiere algún concepto, propiedad o procedimiento, se le hace muy engorroso apropiarse de los nuevos conocimientos vinculados a los anteriores (Huart, 2016). En esta investigación se asume, que uno de los problemas fundamentales actuales para la didáctica de la Matemática, lo constituyen la formación y el desarrollo de habilidades para favorecer el aprendizaje de los estudiantes. Al respecto, Valdés y Meléndez (2016), refieren, que muchas de las investigaciones realizadas en torno al tema, tanto a nivel nacional como internacional se dedican a la búsqueda de nuevas alternativas para una enseñanza con carácter consciente y objetal, que propician el aprendizaje de los estudiantes desde una perspectiva creadora con un marcado significado para el que aprende.

Estas habilidades exigen modos de actuar teniendo en cuenta las características de cada contenido y han de expresar esas particularidades en el campo a que se refieren y los niveles de sistematicidad y complejidad de la actividad a ejecutar. Los autores Geisler, et al., (1979), se han centrado en el estudio de las habilidades matemáticas, considerándolas como “los componentes automatizados que surgen durante la ejecución de acciones con un carácter matemático y que posteriormente pueden ser empleados en acciones análogas”. Evidentemente, queda limitada la habilidad matemática a la repetición de la misma forma de acción que con la automatización puede ser incorporada a formas más complejas como acciones parciales.

El planteamiento anterior conduce a la idea de que la formación y desarrollo de una habilidad matemática se alcanza con la formación de determinados patrones cuando se propone la ejercitación con grupos de ejercicios similares sin que necesariamente se reflexione sobre las posibilidades de utilización en situaciones diferentes y en una diversidad de contextos. Este concepto limita su aplicación a la formulación y resolución de problemas, en el sentido ya explicado, pues no se trata de situaciones análogas, ni de automatizar acciones a partir de la repetición de una misma forma de acción, por lo que es conveniente hacer precisiones sobre el concepto que comprenda el sentido de la habilidad matemática en toda su complejidad y niveles de sistematicidad de la actividad matemática.

En investigaciones de Bravo (2002), estas habilidades se definen como todos los rasgos individuales psicológicos de una persona que conducen al dominio exitoso de una actividad matemática. Sin embargo, la autora considera que es necesario apuntar que las habilidades matemáticas no son los únicos rasgos psicológicos individuales, pues las aptitudes y las capacidades no se entienden, en sentido estricto, como habilidades. Bravo (2002), también hace referencia a Krutetskii (1976), quien plantea la necesidad de atender las diferencias individuales en el transcurso del desarrollo de una habilidad, basándose en el ejemplo de la resolución de problemas.

Según criterios de Ferrer y Rebollar (2010), las habilidades matemáticas se forman durante la ejecución de las acciones y las operaciones con un carácter esencialmente matemático. La habilidad matemática es considerada como la construcción y dominio, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, emplear estrategias de trabajo, realizar razonamientos, emitir juicios y resolver problemas matemáticos.

A consideración de Acosta (2015), las habilidades matemáticas constituyen el modo adecuado de operar con conceptos, propiedades y procedimientos en estrategias y razonamientos concatenados de trabajo, que permiten a los estudiantes llegar a la resolución de ejercicios y problemas. Más adelante Rodríguez (2016), enfatiza en que las habilidades matemáticas representan la capacidad para efectuar o realizar una tarea matemática eficientemente. En este sentido, la autora considera que, en la escuela, se debe brindar a los estudiantes todas las herramientas para su desarrollo, procurando que sean adquiridas de manera participativa, mediante la realización de actividades que les permitan utilizarlas en todos los ámbitos, para resolver problemas de la vida cotidiana.

Vásquez (2021), plantea que las habilidades matemáticas son las acciones que se realizan para la ejecución de cualquier operación y facilitan el desarrollo del pensamiento, la comprensión, el análisis, el

razonamiento y la puesta en práctica de actividades con la finalidad de proporcionar a los estudiantes las herramientas que aporten en la ejecución de soluciones a los problemas de la vida diaria. La sistematización de los diferentes criterios de los autores mencionados permite a la autora asumir el dato por Campistrous y Rizo (2013), cuando refieren que las habilidades matemáticas son definidas como un complejo formado por conocimientos específicos, sistemas de operaciones, conocimientos y operaciones lógicas. Por lo que se consideran tres componentes fundamentales: los conocimientos matemáticos que conducen al cumplimiento de un objetivo, los sistemas de operaciones de carácter matemático y los conocimientos y operaciones lógicas.

A consideración de Manzueta et al., (2018), existen múltiples ideas sobre las habilidades que forman parte de la taxonomía de las habilidades matemáticas, entre las que se encuentra la ofrecida por Niss (2002), quien incluye las de pensar matemáticamente, plantear y resolver problemas matemáticos, modelar matemáticamente, argumentar matemáticamente, representar entidades matemáticas, utilizar los símbolos matemáticos, comunicarse con las Matemáticas, comunicar sobre Matemáticas, utilizar ayudas y herramientas.

Por su parte, PISA (2021), entre el grupo de habilidades que propone, incluye formular y definir diferentes tipos de problemas, así como, resolverlos mediante una variedad de vías. También considera que las habilidades matemáticas expresan, no solo la preparación del alumno para aplicar sistemas de acciones (ya elaborados) inherentes a una determinada actividad matemática, sino que comprenden la posibilidad y necesidad de buscar y explicar ese sistema de acciones y sus resultados, de describir un esquema o programa de actuación antes y durante la búsqueda y la realización de vías de solución de problemas en una diversidad de contextos; poder intuir, percibir el posible resultado y formalizar ese conocimiento matemático en el lenguaje apropiado, es decir, comprende el proceso de construcción y el resultado del dominio de la actividad matemática.

Siendo así, la autora considera lo planteado por Vásquez (2021), al referir que la importancia de las habilidades matemáticas está dada principalmente porque hacen referencia a una variedad de procesos que enmarcan la descripción, comprensión, expresión e interés, ante la necesidad de comprender y encontrar soluciones prácticas frente a los problemas en los diversos contextos que afronta el mundo. Ellas tienen una visión más amplia y superan la simple aplicación de conocimientos previamente elaborados, puesto que buscan desarrollar en los individuos la capacidad para la ejecución de acciones factibles e innovadoras. Dentro de este grupo de habilidades se encuentra la habilidad formular

problemas, considerada en esta investigación como una necesidad de la enseñanza de la Matemática, con énfasis en el preuniversitario.

1.2 El desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos desde su estructura interna

La principal función de un profesor de Matemática está basada en la dirección de la enseñanza al fomento del pensamiento lógico y creativo de los estudiantes, por los aportes significativos de esta disciplina al desarrollo de habilidades en cada uno de los niveles educativos o en cada etapa de sus vidas. En general, las variadas situaciones que los estudiantes deben resolver, como demandas propias de la Matemática, generan por sí solas contradicciones, que requieren de renovadas acciones para alcanzar el resultado. Los problemas matemáticos simbolizan una de estas acciones en que se evidencia esta afirmación. En este apartado se referencia la trascendencia de los problemas en la enseñanza de la Matemática y la formulación de problemas matemáticos como una habilidad, que, desde su estructura interna, contribuye al desarrollo del lenguaje y la creatividad de los estudiantes.

1.2.1 Los problemas en el contexto de la enseñanza de la Matemática

A lo largo de la historia y por los beneficios que atribuye a la enseñanza, muchas han sido las clasificaciones y características emitidas sobre los problemas. Un ejemplo fehaciente son los cuatro tipos planteados por Polya (1982): problemas por resolver, problemas por demostrar, problemas de rutina (Existe un procedimiento rutinario o algorítmico que permite resolverlo), así como, problemas prácticos y de aplicación a la práctica. Más adelante, Palacio (2000), plantea que los problemas recogen vivencias del estudiantado, uniéndolos a sus intereses y los de la comunidad. El autor hace referencia, además, a la importancia de tener en cuenta las cuatro características fundamentales que en su consideración distinguen los problemas: el planteamiento inicial; el desconocimiento de la vía, la exigencia de transformarlo para su solución y la disposición del estudiante por resolverlo.

A consideración de la autora, los problemas deben ser integradores respecto a las distintas asignaturas del currículo e incursionar en otras áreas donde sea posible, para que los estudiantes sean capaces de analizar y extraer conclusiones respecto a la información ofrecida. Siendo así, es posible demostrar la importancia de reforzar el trabajo con la lengua materna mediante la formulación y resolución de problemas y no concebir la clase a través de ellos equivale a negar por lo menos una de las características mencionadas con anterioridad.

El análisis sobre las posiciones de figuras prominentes en varias ciencias, permite identificar que en algunas definiciones sobre problemas predominan los elementos psicológicos, en otras, las relaciones matemáticas y en un tercer grupo predominan las definiciones en que se integran los elementos

psicológicos y los propios de la matemática. No obstante, se percibe que la mayoría de los autores definen el vocablo problema desde una concepción general y unos pocos se refieren de manera específica a los problemas matemáticos.

El estudio de las definiciones de problemas emitidas por Rubinstein (1966), Labarrere (1988), González (1995), Campistrous y Rizo (1996), Albarrán (2005), Ontoria (2006), Jiménez (2010) y García y Colunga (2010) permite a la autora percibir el énfasis en la actividad cognoscitiva que el sujeto debe desplegar para su resolución y en la disposición o motivación por llevarla a cabo. Por tanto, los aportes más significativos residen en la explicación de la subjetividad como componente esencial de estos, manifestada en el carácter individual y por ende relativo de los problemas.

Los autores Geissler, et al., (1975), Labarrere (1987), Ballester et al., (2000) y Guirado (2000) prestan especial interés al estudio de lo que encierra en sí la definición de problema matemático, lo que permite profundizar en sus características, tales como: componentes estructurales y la formulación. Es significativo destacar el desarrollo de las definiciones dadas por Labarrere (1987, 1988) lo que demuestra que, en el proceso para definir, la progresión en la elaboración de un concepto es clave en la educación matemática.

En las definiciones emitidas por Vila y Callejo (2004) y González (2005), se aprecia que consideran elementos psicológicos y de la enseñanza de la Matemática; logrando así un mayor equilibrio de estas posturas en sus conceptualizaciones. En este sentido se coincide con Pérez et al., (2016), al referir que para la Didáctica de la Matemática es importante tener en consideración tanto, las características peculiares de los problemas matemáticos, como la actividad cognoscitiva que despliegan los escolares en el proceso de su solución.

Teniendo en cuenta lo anterior estos autores también diseñan una definición: “un problema matemático es un enunciado que describe una situación desconocida y de interés para el resolutor, que contiene relaciones cuantitativas y surge de la necesidad de expresar verbalmente las situaciones problémicas debido a la imposibilidad de solucionarlas prescindiendo del lenguaje”. Aunque la definición anterior se asume en esta investigación, para la autora quedan dos inquietudes que son contempladas por Ron (2000), cuando plantea que un problema matemático es una situación donde un individuo o grupo percibe una diferencia entre un estado presente y un estado deseado y donde el individuo o grupo:

Tiene alternativa de acción

1. El cambio de acción puede tener un efecto significativo en esta diferencia conocida.
2. El individuo o grupo no tiene certeza a priori de qué alternativa seleccionar”

Es decir, que es necesario incluir los elementos del estado deseado y tener alternativas de acción, pues si no existe motivación para trabajar la situación dada, ni se cuenta con las herramientas necesarias para abordarla, la situación será simplemente un problema teórico y no un problema real para los estudiantes. Otro aspecto de similar importancia está relacionado con las diferentes clasificaciones sobre los problemas matemáticos ofrecidos por diferentes autores. En este sentido Muñoz (2011), plantea que no existe un criterio único ni una sola clasificación de problemas matemáticos. Existen diferentes clasificaciones que colaboran para recordar la variedad de problemas que deben ser tratados en las clases de Matemática de los distintos niveles educativos.

Cabe señalar entonces los aportes de Campistrous y Rizo (1996), quienes, muestran diferentes clasificaciones para los problemas aritméticos que son de frecuente utilización en el nivel educativo preuniversitario y por consiguiente se asumen en esta investigación y se muestran a continuación:

- Problemas aritméticos de primer nivel
- Problemas aritméticos de segundo nivel
- Problemas aritméticos de tercer nivel

Muñoz (2011), hace referencia a otras clasificaciones de problemas matemáticos que también son asumidas en esta investigación y se muestran seguidamente:

- Problemas geométricos: Con ellos se trabajan diversos contenidos y conceptos del ámbito geométrico (formas, figuras, orientación, visión espacial...).
- Problemas de razonamiento lógico: Son problema que permiten desarrollar destrezas para afrontar situaciones de componente lógico. Se pueden clasificar en:
 - ✓ Numéricos (sudokus y criptogramas)
 - ✓ Balanzas de dos brazos (para averiguar equivalencias)
 - ✓ Enigmas: estimulan la inteligencia, no tienen que ser puramente matemáticos.
 - ✓ Análisis de proposiciones: para realizar argumentaciones.
- Problemas de recuento sistemático: Tienen varias soluciones y es preciso encontrarlas todas. Ayudan a ser sistemático en la búsqueda. Pueden ser de ámbito numérico o geométrico.
- Problemas de razonamiento inductivo: Consisten en enunciar propiedades numéricas o geométricas a partir del descubrimiento de regularidades (seriaciones)
- Problemas de azar y probabilidad: Son situaciones planteadas en muchos casos a través de juegos o de situaciones en las que, siguiendo una metodología de tipo manipulativa y participativa por parte de los estudiantes, estos pueden descubrir la viabilidad o no de algunas opciones presentadas, así

como la mayor o menor posibilidad de ganar en el juego. Permiten hacer predicciones con cierta base científica.

Respecto a la estructura de un problema matemático, también existen diferentes puntos de vista, en dependencia de la concepción teórica asumida sobre los problemas y los tipos de problemas considerados. Cuando se habla de la estructura de un problema matemático, se asumen las partes o los elementos estructurales que, desde el punto de vista externo, conforman el problema y no el concepto de estructura propiamente matemático. En este caso, se considera la siguiente estructura externa dada por González (2001):

- ✓ Datos: Magnitudes, números, relaciones matemáticas explícitas entre los números, como: el triple de; la quinta parte de; aumentado en; el cuadrado de; entre otras.
- ✓ Condiciones: Relaciones matemáticas no explícitas entre lo dado y lo buscado, vinculadas con la estrategia de solución, como: las derivadas de los significados prácticos de las operaciones de cálculo, propiedades, teoremas, recursos matemáticos a utilizar, no declarados en el problema.
- ✓ Pregunta: La incógnita, lo que hay que averiguar.

Al respecto Malaspina (2017), considera cuatro elementos fundamentales que se perciben en los problemas:

- ✓ Información (datos cuantitativos o relacionales que se dan en el problema)
- ✓ Requerimiento (lo que se pide que se encuentre, examine o concluya, que puede ser cuantitativo o cualitativo, incluyendo gráficos y demostraciones)
- ✓ Contexto (puede ser intra matemático o extra matemático.)
- ✓ Entorno matemático (los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema)

Teniendo en cuenta los criterios de los autores anteriores y que tanto para resolver como para formular, se requiere conocer el concepto de problema, dominar los elementos de su estructura y utilizar una serie de pasos o ejecutar determinadas acciones; la autora de esta investigación considera que el entorno matemático no forma parte de la estructura de un problema, sino que constituye la base o las condiciones sobre las cuales se formula, por lo que se propone la siguiente estructura:

- ✓ Datos (Información que ofrece el problema tanto cuantitativa como relacional)
- ✓ Relaciones y conceptos matemáticos (Conceptos y relaciones matemáticas entre lo dado y lo buscado)
- ✓ Requerimiento (la(s) incógnita(s), lo que se pide, lo buscado)

De igual manera se tienen en cuenta las ventajas de las clases de Matemática concebidas a partir de la formulación y resolución de problemas dadas por Palacio (2000). Este autor refiere que aumentan el interés de los estudiantes al ver la inmediata aplicación práctica de lo que estudian, dejan de ser receptores de las ideas exclusivas del profesor y se convierten en protagonistas de la actividad, los contenidos no se olvidan con facilidad, pues la mayoría de los problemas permiten asociar el contenido matemático con sus intereses.

Por otra parte, pueden formularse nuevas preguntas sobre la situación resuelta, aspecto tan importante como la propia resolución del problema, ayudan a desarrollar la expresión oral y por tanto facilita el poder de comunicación, desarrollando y enriqueciendo el idioma, contribuyen a eliminar creencias negativas respecto a la capacidad del estudiante hacia la Matemática y a la formación de valores en los estudiantes. Estas ventajas evidencian la necesidad de abordar en las clases de Matemática la formulación y resolución de problemas y no limitar su tratamiento solo al final de cada unidad temática. En correspondencia con lo anterior, se hace evidente lo planteado por Barrientos (2017) y Villacis (2020) al referir que en los procesos matemáticos, los estudiantes que presentan dificultades en la comprensión lectora, no están en la capacidad de procesar, analizar, deducir y construir, aprendizajes a partir de textos que estén relacionados con problemas matemáticos. Por tanto, se tiene en cuenta lo planteado por Ortega (2018), cuando dice que, al resolver problemas matemáticos es importante articular el área de lenguaje como apoyo en la comprensión e interpretación de los enunciados de los mismos. Esto permite la apropiación de las competencias comunicativas necesarias en la construcción de los planteamientos requeridos en el proceso resolutorio.

Lo relevante de lo planteado radica en la posibilidad que tienen los docentes de tener en cuenta en sus clases y todas las actividades que planifican, los procesos de comprensión, análisis y construcción de textos, pues por lo general, se limitan solo al trabajo con el componente ortográfico para dar cumplimiento a las exigencias del programa director de la lengua materna. Para cumplir con estos preceptos y desde la enseñanza de la Matemática, contribuir al desarrollo de las grandes habilidades comunicativas: escuchar, hablar, leer y escribir, resulta imprescindible analizar el concepto, las características y las funciones de la categoría texto, la que es definida por varios autores.

Borot et al., (2012), alegan, que es el producto lingüístico del discurso o proceso comunicativo en el que los interlocutores cooperan en la construcción del significado informativo e intencional mediante un proceso de interacción verbal, que supone la producción e interpretación con un marcado carácter sociocultural. La autora asume lo planteado por Roméu (2007), Hernández et al., (2019) y Fajardo et

al., (2022), al definir al texto como un enunciado comunicativo coherente, portador de un significado, que cumple una función comunicativa (representativa, expresiva, artística) en un contexto específico, que se produce con una determinada intención comunicativa y finalidad, que posibilita dar cumplimiento a ciertas tareas comunicativas para lo cual el emisor se vale de diferentes procedimientos y escoge los medios lingüísticos más adecuados.

Para la pedagogía este concepto resulta clave, porque todo el saber disciplinar se transmite, se concreta, se produce y se almacena en textos de muy variada naturaleza. Los procesos de enseñanza aprendizaje de las diferentes materias están mediados por ellos, sus estructuras y su naturaleza, estos a su vez, están en correspondencia con la naturaleza y las características de esas áreas en las cuales se agrupa el saber humano. Los textos según Borot et al., (2012), se caracterizan por su carácter comunicativo, social, pragmático y estructurado, cierre semántico, coherencia y cohesión. Entre sus funciones están, la comunicativa, la informativa, la creativa y la simbólica. De manera general, todo texto es el resultado de la integración de múltiples saberes lingüísticos, comunicativos, temáticos, estéticos, estilísticos, ideológicos y éticos. Lo anterior permite explicar su naturaleza interdisciplinaria.

La Matemática, según Montaña y Abello (2015), por ser instrumento de comunicación conciso y sin ambigüedades puede contribuir al rigor y a la precisión en la expresión, al construir textos para esta área se debe proponer utilizar el lenguaje matemático como medio de comunicación y como instrumento de apoyo para facilitar el estudio de otras disciplinas. Los propósitos anteriores se evidencian en objetivos fundamentales de la Matemática, los cuales revelan una estrecha relación con el lenguaje, la lectura y la escritura como macroejes curriculares que se concretan específicamente en potenciar la enseñanza del vocabulario y de expresiones matemáticas que lleguen a incorporarse al léxico habitual del alumnado, favorecer permanentemente la verbalización oral y escrita de las estrategias de resolución de problemas y de otras que puedan enriquecer las capacidades comunicativas en el área.

Resulta atinado tener en cuenta lo expuesto por Sastre, et al., (2008), al referir que, la construcción de conocimientos matemáticos se centra en la resolución de problemas y en la discusión y reflexión acerca de ellos. Estas autoras afirman, además, que los textos de los problemas matemáticos en su diseño y redacción reflejan una situación que puede ser comprendida por los estudiantes para que estos conecten con ella y descubran lo que puede ser una respuesta al problema. Plantean también, que permiten al estudiante la utilización de los conocimientos previos, al mismo tiempo que exigen un razonamiento, una evolución en el conocimiento, ya sea por indagación/cuestionamiento, selección o relación que admite

la elaboración del nuevo conocimiento, en otras palabras, provocan un desafío intelectual e incentivan la reflexión y la justificación de las estrategias o procedimientos utilizados.

La línea directriz formulación y resolución de problemas desempeña un papel trascendental en el PEA de la Matemática y constituye el eje central de la concepción didáctica de la asignatura en todos los niveles educativos. En consecuencia, en el siguiente apartado se aborda la habilidad formular problemas, considerada como una necesidad en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

1.2.2 La habilidad formular problemas matemáticos

Aunque los estudios sobre la resolución de problemas predominan con respecto a la formulación, se puede aseverar que muchos investigadores han dedicado grandes esfuerzos en demostrar la importancia del desarrollo de esta habilidad en la enseñanza de la Matemática. Es por eso que se coincide con Cai y Mamlok-Naaman (2020), al asegurar que el arte de plantear una pregunta tiene un valor tan alto o superior como el de resolverla; y de manera similar, en la historia de la ciencia, la formulación de preguntas precisas y con respuesta, no solo promueve nuevos descubrimientos, sino que también genera entusiasmo intelectual entre quienes la estudian.

Desde esta perspectiva se considera pertinente referenciar a Mazarío, et al., (2000), por la relación imprescindible que establecen entre las habilidades resolver y formular problemas. Estos autores acotan, que la primera se desarrolla a través del PEA de la Matemática y que se configura en la personalidad del individuo al sistematizar con determinada calidad y haciendo uso de la metacognición, las acciones y conocimientos que implica. Del mismo modo, el hecho de enseñar a formular problemas, a convertir la realidad en problemas que merecen ser indagados y estudiados también está presente en el diseño de la asignatura Matemática de todos los niveles educativos.

La bibliografía consultada muestra que las habilidades, formular y resolver problemas, a pesar de sus particularidades están ampliamente relacionadas, pues contribuyen a un mismo fin: aportar al aprendizaje de las Matemáticas. Para Guzmán (2018), en el proceso mental que exigen estas habilidades es donde se comparten experiencias de aprendizaje que mejoran el pensamiento matemático. A consideración de Ayllón et al. (2016), a pesar de que se ha dado más peso a la resolución de problemas, actualmente se realizan investigaciones que reflejan la relación entre formular y resolver problemas. La importancia de esta relación está, en que abordarlas de conjunto contribuye a acercar más la resolución de problemas a la realidad de los estudiantes, ya que se puede crear a partir de la propia concepción de lo que es un problema y desde los propios contextos.

Para Guzmán (2018), formular y resolver problemas son habilidades consustanciales, en donde ambas permiten la mejora de cada una de ellas; es decir, a la vez que se formula o inventa un problema se requiere pensar en su proceso de resolución y de igual manera, cuando se resuelve un problema, internamente se van generando nuevos problemas con base a las propias dudas y conocimientos que surgen con ambas. Además, si se consideran sus aportes para el aprendizaje de la Matemática se pueden ver elementos de interrelación como la creatividad, la cercanía a la realidad, el desarrollo del pensamiento y la construcción del conocimiento.

La autora de esta investigación coincide con Duardo et al., (2020), al plantear que la solución de problemas está en la base de la formulación, por lo que su concepto, la estructura de su enunciado y su carácter psicológico han de ser abordados como premisa didáctica para acometer el estudio de la formulación de problemas matemáticos y el desarrollo de la habilidad relacionada con ello en la escuela. Siendo así, se considera que, el desarrollo de la habilidad resolver problemas constituye el primer camino para el aprendizaje, la planificación y la socialización de las problemáticas que se presentan a diario, así como, un importante campo en la enseñanza de la Matemática. Sin embargo, llegar a la solución es solo el inicio de una actividad que incluye buscar nuevas formas y establecer conexiones entre estas, lo que incentiva a desarrollar la habilidad formular problemas matemáticos.

En esta investigación, se aborda el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos, la que responde a la línea directriz formulación y resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática. Al considerarse una habilidad extendida, dicha línea trasciende por todos los grados y niveles precedentes al preuniversitario. En este caso, se asume lo planteado por Duvalón, et al., (2018), al referir que en el desarrollo de una habilidad el profesor orienta, supervisa y controla, en correspondencia con el grado que cursan los estudiantes y de acuerdo con lo establecido en el programa de estudio de la asignatura, estos a su vez, planifican, organizan, ejecutan y controlan su trabajo y estudio sistemático. El abordaje de la línea directriz formular y resolver problemas matemáticos se pone de manifiesto desde el nivel educativo primera infancia, aunque para autores como Guerra y Hernández (2013), el proceso de formación de esta habilidad comienza en la primaria. La autora no coincide totalmente con estos autores pues a decir de Mujica y Márquez (2022), en la primera infancia el niño es capaz de construir sus propios conocimientos por medio de la interacción con el mundo social, donde consolida códigos lingüísticos, matemáticos, científicos y sociales. Aunque considera acertado que el proceso de formación de la habilidad se hace más evidente en el nivel educativo primaria porque es donde comienza la profundización de los procesos de lectoescritura.

Cuando el estudiante transita hacia el nivel educativo secundaria básica ya ha vencido un grupo de objetivos relacionados con los contenidos matemáticos, así como en la lectura y la escritura que les permiten desarrollar a un nivel más alto la habilidad formular problemas matemáticos a partir de los métodos de enseñanza que utilicen los profesores para su abordaje. Es por eso, que la autora hace énfasis en el desarrollo de la habilidad formular problemas en el preuniversitario y no en su formación. Para Benítez et al., (2022) la habilidad se desarrolla cuando una vez adquiridos los modos de actuación se inicia el proceso de ejercitación, en que el estudiante se enfrenta a diferentes enfoques y aplica lo conocido, de modo que sea cada vez más fácil de reproducir o usar y se eliminen errores. De esta manera es posible el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario, la que constituye un objetivo de la enseñanza de la Matemática en Cuba y su desarrollo debe planificarse en el tránsito por cada uno de los niveles educativos y en la formación de profesores.

Con respecto a dicha habilidad autores como, Álvarez et al., (2014), plantean que tiene una importancia capital para el desarrollo de la personalidad de los estudiantes y su desenvolvimiento futuro en todos los ámbitos, pues les permite comprender la esencia de la actividad matemática y los vínculos Ciencia, Tecnología, Sociedad y Ambiente (CTSA). Esta idea se manifiesta desde que el hombre comienza a desarrollarse y a enfrentar la necesidad de formular problemas, aspecto fundamental para el desarrollo de ciencias como la matemática.

En este sentido se coincide con Cutiño et al., (2017), al referir que, el profesor de Matemática no solo necesita saber formular problemas, también debe saber enseñar a formularlos. Por cuanto, los estudiantes de preuniversitario, según las exigencias actuales de estos niveles educativos, deben formular y resolver problemas en que se refleje la actividad económica y social del país, el progreso de la ciencia, la tecnología y los problemas del medio ambiente.

Es por ello que desarrollar la habilidad formular problemas implica contribuir al mejoramiento de una problemática actual en la enseñanza aprendizaje de Matemática en el preuniversitario y su desarrollo es esencial en la actividad escolar, en la vida cotidiana, así como en su futuro desempeño profesional. Constituye, además, la posibilidad de que los estudiantes perfeccionen su actuación en aras de ser protagonistas de su propio aprendizaje, diseñen métodos y estilos de estudio diferentes, de ser creativos como vía esencial para solucionar los problemas del entorno en el cual se desarrollan.

En estudios realizados, sobre los antecedentes del tema de esta investigación se pudo corroborar que, de manera general a nivel internacional varias son las acepciones que los autores utilizan para denominar la habilidad. Se ha podido constatar que en España y Ecuador utilizan el término inventar, en

América se utilizan indistintamente los términos, formular, crear, diseñar e inventar, son estos últimos los más utilizados, en China y algunos países de Europa como Italia, se utiliza el término presentación. Otro tema polémico se basa en lo que realmente significa formular problemas, pues se ha constatado que en la lengua inglesa existen varias terminologías que lo caracterizan: *problem finding* (Dillon, 1982), *problem creation* (Engel, 1987), *problem formulating* (Kilpatrick, 1987), *problem construction* (Bernardo, 2001), *problem posing* (Brown y Walter, 2005) y *problem generation* (Kapur, 2017).

Para Cruz (2020), algunas diferencias pueden explicarse desde la psicología, conforme a una observación de Dillon (1982), quien distingue el reconocimiento, el descubrimiento y la formulación en un sentido creciente de los niveles de complejidad, y que pasan por la percepción de lo evidente, lo implícito y lo incipiente, respectivamente. Sin embargo, a pesar de esta diversidad de léxicos, autores de reconocido prestigio como Polya (1964), Freudenthal (1973) y Kilpatrick (1987) consideran la formulación de problemas una actividad intelectual y una forma eficaz de aprender matemáticas.

En Cuba, de manera particular, se ha manejado con mayor frecuencia el vocablo formular, aunque Cruz (2020), afirma que en la literatura el término “inventar”, dado por Espinoza et al., (2018), se utiliza con la intención de significar el proceso creativo en su totalidad y es coherente con el planteo y la formulación como una habilidad que puede ser adquirida por el alumno.

La formulación de problemas se considera como un complemento de la solución de problemas, puesto que, desde el punto de vista psicológico, formular un problema puede constituir un problema para quien lo formula (Duardo et al., 2020). La autora de esta investigación en su práctica pedagógica corrobora que formular problemas no es una habilidad que los estudiantes desarrollan con facilidad y coincide con Polya (1964), cuando afirma que, “*el arte de encontrar un nuevo problema que sea a la vez interesante y accesible no es fácil; se necesita experiencia, buen gusto y suerte*”.

Autores como Sampedro (2016), Domínguez et al., (2016), Fernández et al., (2016), Cutiño et al., (2017), Paredes (2017) y Monteagudo et al., (2020), coinciden en plantear que la formulación de problemas contribuye al desarrollo de las potencialidades, la independencia y capacidades de los estudiantes. En la bibliografía consultada, se aprecia, que, aunque la mayoría de los autores coinciden con respecto a la importancia de la formulación de problemas y las ventajas que de la misma se emergen, existe variedad de criterios con respecto a lo que significa formular problemas en su esencia.

Espinoza et al., (2014), plantean que formular problemas es una forma de desarrollar la actividad creativa, Grundmaier (2015) la clasifica como cualquier propuesta escrita por los estudiantes que tenga una solución admisible, y que responde a una tarea de planteamiento de problemas, para Singer y

Ellerton (2015) constituye un medio para comprender y mejorar el aprendizaje de la Matemática en los estudiantes. A consideración de Domínguez et al., (2016), es una actividad que atañe tanto al profesor como al estudiante, por su parte Fernández et al., (2016) plantean que es una competencia que involucra la aplicación de diferentes estrategias y recursos para formular diferentes situaciones o problemas.

Espinoza (2017) considera que formular problemas constituye un proceso matemático complejo en el cual se construyen problemas a partir de la interpretación personal del estudiante ante una situación concreta. Otros autores como Leavy y Hourigam (2020) y Cruz et al., (2020) consideran que puede verse como una competencia profesional del maestro y como un proceso cognitivo complejo de los estudiantes, respectivamente y más adelante, Rodríguez et al., (2021) consideran la habilidad formular problemas como la acción que realiza el estudiante para transformar la situación problémica en problema. Mediante ella se transforma lo desconocido en lo buscado, con lo que el proceso de búsqueda emprendido adquiere un objetivo.

Para la autora, los criterios anteriores constituyen referentes importantes, pero de manera general no consideran la formulación de problemas como una habilidad y aunque se destaca el dado por Rodríguez et al., (2021), se reconoce que estos no tienen en cuenta la estructura interna de la habilidad formular problemas matemáticos en su totalidad. Por lo que en esta investigación se asume que dicha habilidad constituye el sistema de acciones y operaciones que permite al individuo relacionar de manera activa y creativa mediante un texto, los conocimientos matemáticos que posee y las situaciones de la vida práctica en las que estos pueden ser aplicados.

A partir de lo planteado en el epígrafe 1.2.1 por (Barreras y Ginoris, 2003; Sáez, et al., 2015), con respecto a la estructura interna de una habilidad, el establecimiento de la base gnoseológica en el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos implica el conocimiento de los contenidos previos y los tipos de problemas a formular en el preuniversitario. En cuanto a las acciones y las operaciones como componentes ejecutores, es necesario su sistematización constante y con respecto a los motivos y objetivos, como componentes inductores, resulta importante el vínculo entre lo cognitivo y lo afectivo para lograr la motivación hacia el PEA de la Matemática.

En regiones de Asia y Europa, autores como: Chen y Cai (2020), Koichu (2020), Xu, et al., (2020), Leikin y Elgrably (2020), Schindler y Bakker (2020), Li, et al., (2020), Klein y Leikin (2020), Guo et al., (2020), Kontorovich (2020), Liu, et al., (2020), Çakır y Akkoc (2020), y Fullmer, et al., (2020), muestran en sus investigaciones las potencialidades que ofrece la habilidad formular problemas para desarrollar el

pensamiento y el aprendizaje matemático de los estudiantes o las competencias profesionales de los profesores, fomentados en el afecto positivo, el interés, y la motivación.

Diferentes autores como Stoyanova (1998) y Espinoza et al., (2014) identifican tres formas para formular problemas: situación libre, situaciones semiestructuradas y situaciones estructuradas. No obstante, esta autora asume las formas de proceder sustentadas desde la posición adoptada por Malaspina (2017), quien coincide con los autores mencionados, pero las resume a dos formas fundamentales:

- Por variación de un problema dado: proceso según el cual se construye un nuevo problema, modificando uno o más de los cuatro elementos del problema dado. Ejemplos muy interesantes de estos son los que resultan al modificar el requerimiento y plantear generalizaciones a partir de un problema dado. Puede conllevar el cambio de contexto, de extra a intra matemático.
- Por elaboración: proceso según el cual se construye un nuevo problema.
 - Libre, a partir de una situación dada o configurada.
 - A partir de un requerimiento específico (matemático o didáctico): creación, según el caso, de contexto e información adecuados.

Se considera que cuando un individuo formula un problema ha alcanzado niveles de reflexión complejos, por tanto, ha llegado a una etapa de razonamiento que hace posible la construcción de conocimientos matemáticos. Este hecho hace que la formulación de problemas aporte grandes beneficios a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Todo ello lleva a proponer que se potencie su trabajo en el aula. Para ello se recomienda que los profesores de Matemática proporcionen abundantes y variadas oportunidades a sus estudiantes tanto para aprender a resolver problemas, como a inventar o plantear problemas en una gran cantidad de situaciones. (Castro, 2011)

La autora que se referencia en el párrafo anterior refiere que el incremento del conocimiento matemático y de la motivación, la disminución de la ansiedad, el desarrollo de la creatividad y la posibilidad del profesorado de evaluar ciertas capacidades matemáticas de los estudiantes, son ventajas que se esgrimen cuando en la enseñanza de las matemáticas se potencia la formulación de problemas. En esta investigación se considera que existen inconvenientes que no hacen efectivas dichas ventajas, como, por ejemplo, las dificultades que presentan los estudiantes para escribir textos diversos con variadas intenciones. Este aspecto es abordado por González (2001), al considerar muy importante el desarrollo de la lengua materna en los estudiantes al formular los problemas matemáticos, aspecto poco abordado en la gran mayoría de las fuentes consultadas.

Pese a lo anterior, es conocido que los docentes de todas las asignaturas deben tener en cuenta la enseñanza, sistematización y el perfeccionamiento de los diversos usos sociales de la lengua materna como medio de comunicación y como instrumento primordial de la lectura y la escritura. De ahí la necesidad de ofrecer las herramientas básicas que permitan la construcción de textos orales y escritos. Siendo así, todas las actividades que se desarrollen en los centros educativos deben contribuir al desarrollo de las habilidades comunicativas y favorecer el dominio funcional de la lengua materna, lo que se concreta en saber escuchar, hablar, leer y escribir, que se traduce además en una contribución para desarrollar la habilidad formular problemas matemáticos.

1.2.3. La estructura interna de la habilidad formular problemas matemáticos

La concreción entre escuchar, hablar, leer y escribir se basa fundamentalmente, según los criterios de Fajardo et al., (2022), en el logro de la interacción entre la comprensión y construcción en la producción de significados. La comprensión ocurre de lo general a lo particular, pues es a partir del aspecto global de las situaciones que es posible llegar a entender los específicos. Sin embargo, el desarrollo de la construcción presenta una secuencia exactamente inversa: de lo particular a lo general; es decir, de elementos aislados a combinaciones complejas.

Al respecto, la autora considera que el empleo adecuado de la lengua como mecanismo de adquisición de conocimientos, interpretación de la realidad e instrumento imprescindible del trabajo intelectual y de cualquier aprendizaje, constituye una prioridad. Desarrollar la construcción de textos, implica que los estudiantes hablen, lean y escriban sistemáticamente, es por eso que emerge como un objetivo fundamental en cada uno de los niveles educativos del Sistema Nacional de Educación. Desde esta perspectiva se coincide con Tomás (2018), cuando expresa que, en relación con la construcción de textos, es necesario lograr una actitud favorable, en que se pretende que los estudiantes desarrollen habilidades no solo para comprender, sino para construir sus propios textos, de forma correcta, fluida y coherente por lo que constituye una importante tarea en el correcto uso de la lengua escrita.

A consideración de Roméu (2007) y Olivares (2023), la construcción textual es un proceso de significación a partir de los conocimientos, las capacidades y las habilidades que emplea el ser humano para comunicarse a través de discursos orales o escritos en los que se evidencia su personalidad y su cultura, en contextos específicos, ante un receptor determinado y teniendo en cuenta las variables lingüísticas y estilísticas de conformación de esos discursos. Se concuerda con Fajardo et al., (2022), en que la construcción de textos es un proceso dinámico y complejo, ajustado no solo a las normas

lingüísticas y gramaticales, sino que exige el ajuste a las disímiles situaciones e intenciones comunicativas propias de las diversas esferas de la actividad social, familiar y escolar.

En esta investigación se asume que desarrollar la habilidad construir textos es deber y responsabilidad de quienes educan, sin excepción de la materia que se imparte, pues todo docente que enseña a hablar, leer y escribir, enseña también a comprender y a producir desde los códigos de su campo disciplinar. En el nivel educativo primaria, Fajardo et al., (2022), consideran la generalización de tres pasos para el proceso de construcción de textos, la planificación, la textualización y la revisión. En Secundaria Básica se utilizan los pasos aportados por Domínguez y González (2010): planear, textualizar y por último editar. En el preuniversitario Delgado et al., (2019), conciben cuatro etapas: la motivación, la planificación, la puesta en texto y el control. Esta autora considera que no existen mayores diferencias entre dichas etapas en los diferentes niveles educativos, pues de una forma u otra consideran todos los elementos suficientes para construir un texto.

Lo anterior se fundamenta a partir de las consideraciones de Moreira (2015), al plantear que la construcción, como componente priorizado, permite el desarrollo de las habilidades de comunicación oral y escrita, y su práctica radica en la relación interna que establece con los procesos de comprensión y análisis, en tanto que, para poder construir, es necesario garantizar la preparación del estudiante sobre qué va a escribir (semántica), cómo va escribir (sintaxis) y en qué contexto (pragmática). El mismo autor hace referencia a que análisis y comprensión, garantizan efectividad en la construcción.

Diferentes autores se han posicionado en cuanto a los pasos a seguir para la construcción textual, Smith (1989) los nombra: preescritura, escritura y reescritura. Monereo (1990), los llama etapas: preparación del texto, fijación del texto y revisión del texto. Roméu (2007), plantea que las etapas para construir textos están expresadas en cuatro momentos: motivación, planificación, realización y consecución de la finalidad. Sin embargo, en esta investigación se asume el sistema operacional para la construcción de textos ofrecido por Salellas (2013):

1. Generación de ideas
2. Elaboración de la redacción
3. Autorrevisión de la redacción
4. Reconstrucción del texto

La autora considera que no se trata precisamente de operaciones, sino acciones y para desarrollar cada una de ellas es necesario realizar operaciones que las complementen, sin embargo, el sistema operacional mencionado constituye un referente importante para el desarrollo de esta investigación. En

este sentido se destacada la influencia de los aportes de Bruzón (2018), quien considera que para construir un texto con calidad se requiere tener en cuenta todos los aspectos relacionados con el ajuste al tema, calidad y suficiencia de las ideas expresadas, adecuada delimitación de las oraciones, establecimiento de los debidos nexos de relación entre las palabras y las oraciones, ajuste a las normas, uso correcto de las categorías gramaticales, ortografía, originalidad de las ideas, así como, presentación, legibilidad y limpieza del texto.

Más adelante, Fajardo et al., (2022), perfeccionan los requisitos planteados anteriormente, los que son asumidos en esta investigación y expuestos en la Tabla 1. De igual forma se realiza un análisis sobre los criterios de Labarrere (1980) y González (2005), con respecto a los requisitos que son indispensables para considerar un problema matemático bien formulado. Labarrere (1980), plantea que, para formular un problema, quien redacta debe: conocer los elementos que componen su estructura, las relaciones que se pueden establecer entre dichos elementos, la existencia de determinado número de condiciones y que en todo problema existe la pregunta o incógnita, en la que se plantea lo que es necesario encontrar o demostrar.

La autora considera que es innegable la relación estrecha entre lo planteado por González (2005) y Fajardo et al., (2022), sobre todo si se tienen en cuenta los criterios de Davidson y Pearce (1988), Burçin, (2005), Whitin (2006) y Ayllón et al., (2016), al afirmar que formular problemas contribuye al aumento del conocimiento matemático y lingüístico. Para estos autores formular un problema exige una redacción clara del enunciado, de forma organizada y exacta. Requiere que se analicen los datos y se razone críticamente, se discutan y cuestionen ideas y soluciones. Por tanto, quien formula ha de escribir con claridad, exactitud y organización. Estos aspectos se tienen en cuenta en ambos procesos y se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1 *Establecimiento de relaciones entre los requisitos para construir textos y formular problemas*

Requisitos para un buen texto	Requisitos para formular problemas
<i>Relacionados con la cohesión: Se establece relación con un elemento que está aún por aparecer en el texto.</i>	<i>Relacionados con las exigencias iniciales: Se ajusta a la situación inicial respondiendo al tipo de problema previsto.</i>

<p><i>Relacionados con la coherencia:</i> es la que regula la interacción entre los conceptos (estructuración de conocimientos) y las relaciones (vínculos que se establecen entre los conceptos) que subyacen a la superficie del texto. Estas relaciones no siempre aparecen de forma explícita en la superficie textual y, por lo tanto, es necesario inferirlas. La coherencia es un resultado de los procesos cognitivos puestos en funcionamiento por los usuarios de los textos.</p>	<p><i>Vinculados con la estructura del problema:</i> no incluir en el texto el elemento pedido en la pregunta ni datos innecesarios si no es de forma intencional, no omitir datos necesarios; expresar claramente las relaciones matemáticas explícitas; establecer las relaciones matemáticas no explícitas entre lo dado y lo buscado; expresar la suficiente información; no omitir la pregunta ni plantear una sin relación con el texto o que no se correspondan con las operaciones determinadas.</p>
<p><i>Relacionados con la intencionalidad:</i> se refiere a la actitud del que construye el texto, para alcanzar una meta específica, así como, transmitir información, expresar sentimientos, crear belleza.</p>	<p><i>Vinculados con el ajuste a la realidad:</i> utilizar datos reales o que se ajusten a la realidad y describir situaciones reales o que sean posibles, con sentido común.</p>
<p><i>La aceptabilidad:</i> depende de la situación social o cultural y las metas a cuyo logro contribuye. El texto ha de ser el resultado de una elección intencionada y para que permita la comunicación, esta ha de ser aceptada por el receptor del texto.</p>	<p><i>En relación con el mensaje educativo:</i> describir situaciones cuyos datos y condiciones lleven un mensaje educativo (siempre que sea posible).</p>
<p><i>La informatividad:</i> se relaciona con el grado de novedad que tiene el contenido y estructura de un texto. Procesar secuencias con un alto nivel de informatividad requiere realizar un gran esfuerzo; por lo que el constructor textual debe evitar que la tarea de procesamiento por parte del lector sea tan ardua que ponga en peligro la comunicación.</p>	<p><i>En relación con los significados prácticos de las operaciones:</i> expresar el texto del problema de modo que sea posible determinar el o los significados prácticos de las operaciones que se aplican (si es necesario) y no utilizar significados que no se correspondan con la operación o las operaciones seleccionadas (si es necesario).</p>
<p><i>La situacionalidad:</i> involucra los factores que hacen al texto relevante con respecto a su situación comunicativa. Varía el intercambio comunicativo. Su influencia está mediatizada</p>	<p><i>Relacionados con el aspecto lingüístico:</i> expresarse en oraciones completas, con ideas claras. Correcta redacción general; empleo</p>

por la subjetividad de los interlocutores, quienes suelen introducir sus propias creencias y metas en el modelo que construyen de la situación comunicativa en curso.	adecuado de términos matemáticos y correcta ortografía.
---	---

Fuente: *Elaboración propia a partir de Fajardo et al., (2022) y González (2005)*

Desde esta mirada, se pretende establecer una analogía entre el sistema operacional de la habilidad construir textos asumido anteriormente y las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos. En ese caso se coincide con Talízina (1988), al referir que una analogía expresa una semejanza entre dos relaciones. Si las relaciones que se comparan son bastante parecidas, entonces la analogía es adecuada; por el contrario, no lo es, cuando las relaciones comparadas no se parecen mucho.

La analogía se considera como un método vital para el aprendizaje y el descubrimiento. El sujeto aprende de los ejemplos y los utiliza para resolver nuevos problemas. La comparación puede facilitar la transferencia de conocimiento, por lo cual, al encontrarse con un problema, el propio sujeto es capaz de recuperar los casos análogos anteriores, o un esquema de ellos, para generar soluciones al nuevo problema. Para Torres et al., (2001), constituye una guía en la investigación de la naturaleza de los objetos, y cuando es total, produce convicción, pues no hay duda de que, si dos objetos convienen enteramente en todas sus propiedades, son de una misma naturaleza. La autora considera esto como un fundamento científico para establecer las semejanzas entre el sistema operacional de la habilidad construir textos y las acciones y operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos.

Siendo así, lo anterior obliga a acudir a los principios heurísticos, los que desempeñan un papel importante en la búsqueda de ideas para la solución de diferentes problemas. Entre los más trascendentes se destaca el principio heurístico de analogía que consiste en la utilización de la semejanza de contenido o forma. Con respecto a lo anterior, se coincide con Fierro et al., (2020), al referir que este principio permite resolver un problema a partir de determinar su relación, semejanza, correspondencia, parecido, afinidad, o similitud con otro ya resuelto. Estas autoras también plantean que la analogía, como principio heurístico, puede ayudar en tres direcciones:

1. Para que los estudiantes descubran una proposición nueva para ellos, y la formulen.
2. Sugerir el método y el procedimiento para la demostración de una proposición nueva.
3. Sugerir la vía para la resolución de un problema o de un ejercicio.

En la Tabla 2 aparece reflejado el establecimiento de una analogía entre el sistema operacional de la habilidad construir textos y las acciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas:

Tabla 2 *Acciones de la habilidad construir textos y sus análogas para formular problemas*

Sistema operacional de la habilidad construir textos	Acciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas
Generación de ideas	Generar datos
Elaboración de la redacción	Elaborar el problema
Revisión de la redacción	Revisar el problema elaborado
Reconstrucción del texto	Reelaborar el problema

Fuente: *Elaboración propia*

Con relación a lo reflejado en la tabla anterior, se identifica que *Generar datos* es una acción análoga a la *Generación de ideas* pues para ello el estudiante también debe partir de experiencias vividas y conocimientos adquiridos al establecer relaciones entre cada uno de los temas y contenidos a tratar. Otro aspecto que las hace semejantes es el trabajo oral previo unido al pensamiento que permite combinar datos, resumir y organizar la información a utilizar para construir el texto del problema. Generar datos para formular problemas permite, además, relacionar la Matemática con la práctica la convierte en una fuente importante de conocimientos sobre la realidad.

Con respecto a la idea anterior, la autora considera tener en cuenta la motivación de los estudiantes por formular problemas lo que sin lugar a dudas contribuye de manera efectiva a la generación de datos que responden realmente a sus intereses y a los de su comunidad. Dicha motivación puede estar vinculada con las potencialidades de cada uno de los problemas a tratar en cada grado. Para generar datos de forma consciente y con la intención de garantizar una buena formulación de problemas, los estudiantes deben desarrollar formas peculiares del pensamiento que son empleadas en función de lograr una mejor formulación de problemas matemáticos en el preuniversitario.

La *Elaboración de la redacción* guarda estrecha relación con *Elaborar el problema* teniendo en cuenta que es importante conocer el tipo de texto a redactar y en cómo encontrar la manera más fácil para que el resolutor comprenda las exigencias del problema propiamente dicho. En esta acción se pone en práctica todo lo planeado, se distribuyen adecuadamente los datos y estos se convierten en lenguaje escrito según la relación que guarden unos con otros y en función de lo que se pretende que realice el resolutor. En correspondencia con lo anterior se le debe atribuir especial significación a la ortografía, el

vocabulario técnico de la asignatura, el uso de conectores, los signos de puntuación, la delimitación de oraciones y las normas de presentación.

Se asume lo planteado por Ballester et al., (2000), con respecto al análisis de los textos de los problemas para extraer las relaciones y dependencias entre las magnitudes. Los autores hacen referencia a la importancia que para estos análisis tienen el carácter de las magnitudes (volumen, dinero, tiempo, área, velocidad, etc.), las operaciones (adición, sustracción, potenciación, etc.) y las propias posibilidades de relacionarlas a través de ecuaciones e inecuaciones.

La autora considera que la acción *Elaborar el problema* nutre a los estudiantes de métodos efectivos de actividad intelectual y permite el desarrollo del pensamiento lógico cuando estos analizan al redactar, las distintas relaciones que se pueden establecer entre los datos y, por consiguiente, distintas vías de solución para encontrar la respuesta de la incógnita propuesta. Supone, además, que la acción en cuestión es rectora en el proceso de la formulación de problemas, pues en ella los estudiantes pueden desarrollar la observación, la comparación, la experimentación, el análisis, la síntesis y la generalización como métodos de aprendizaje.

Análoga a la *Revisión de la redacción*, se considera a *Revisar el problema elaborado* si se tiene en cuenta que comparar el texto redactado con los requerimientos básicos del plano de la escritura, el ajuste al tema, la calidad de las ideas y el uso de conectores guardan estrecha relación con los procedimientos que justamente son utilizados para comprobar que un problema matemático esté redactado correctamente. Cuando desde la Matemática se revisa el problema elaborado, quien lo formula debe tener en cuenta la claridad en las ideas, unido a la no presencia de datos innecesarios, utilización de los términos matemáticos adecuados, la traducción del lenguaje algebraico al común si en la acción anterior se tuvo en cuenta del común al algebraico.

Para Ballester et al., (2000), de suma importancia en la revisión del problema elaborado es su solución y el análisis de la correspondencia lógica entre el resultado y las exigencias que presenta. Unido a esto, se encuentra también la visión a tiempo de la posibilidad de que esa solución esté dada por reflexiones lógicas y cálculos aritméticos en que no exista la necesidad de plantear ecuaciones o aplicar fórmulas. En cuanto a la relación análoga entre la *Reconstrucción del texto* y *Reelaborar el problema*, está basada fundamentalmente en la revisión de los errores que pueden ser considerados de contenidos y la adición de información si se precisa, se omiten las palabras y expresiones irrelevantes. Desempeña un papel importante, además, la postura crítica y reflexiva de quien formula el problema, de manera que se verifique y perfeccione en caso de ser necesario el ajuste a la situación comunicativa, la coherencia, la

originalidad y el estilo. La autora agrega, además, desde su experiencia, que sustituir los valores obtenidos en el texto, constituye una manera efectiva de reelaborar el problema y comprobar el éxito en la formulación realizada.

Otro aspecto importante es la posibilidad que brinda esta acción en las consideraciones retrospectivas, donde se retoman los procedimientos y métodos utilizados en el plan de solución. Lo anterior contribuye a la ampliación de conocimientos en los estudiantes sobre métodos y recursos heurísticos, así como formas de trabajo y pensamiento que posibilitan la independencia y el éxito en la formulación de problemas posteriores.

La autora considera pertinente acotar que, aunque de manera análoga se obtienen las acciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas, durante la aplicación de las cuatro etapas del procedimiento teórico-experimental, pueden surgir otras acciones con sus correspondientes operaciones. Otro aspecto importante es que según los núcleos temáticos y de acuerdo con los objetivos propuestos en cada una de las unidades del programa de la asignatura, se asumen las dos formas de proceder dadas por Malaspina (2017), descritas en el epígrafe anterior. Para modelar estas formas a partir del procedimiento teórico-experimental, se separan las acciones que componen los procedimientos al formular problemas, las relaciones entre ellas y se elabora una prescripción general que asegura su aplicación para desarrollar la habilidad en estudio. Las acciones obtenidas pueden utilizarse en la formulación de problemas, en las dos variantes asumidas. A continuación, se describen cada una de ellas.

Etapa 1. Análisis teórico de la solución de los problemas del tipo seleccionado y se tienen en cuenta las posibles dificultades que presentan los estudiantes en la práctica en el PEA.

Para formular problemas por variación el estudiante debe:

- Resolver el problema ofrecido.
- Modificar la situación.
- Redactar un nuevo problema a partir del problema ofrecido.
- Modificar uno o más de los elementos del problema ofrecido.
- Plantear generalizaciones a partir del problema ofrecido.
- Cambiar el contexto de extra a intramatemático

Para formular problemas por elaboración con un tema libre o a partir de una situación indicada:

- Seleccionar la situación.
- Generar datos.

- Establecer las relaciones lógicas y matemáticas entre los elementos de la información especificada, implícitas en el enunciado.
- Redactar el texto del problema.
- Redactar las preguntas o requerimientos del problema.
- Resolver el problema.
- Reformular el problema.

Para formular problemas a partir de un requerimiento específico (matemático o didáctico), los estudiantes deben cumplir con lo anterior, crear el contexto y la información adecuada.

Dificultades más frecuentes en los estudiantes al formular problemas:

- Determinar las relaciones entre los elementos que aporta el problema y la exigencia que supone este.
- Modelar matemáticamente la situación.
- Resolver el problema.
- Identificar los conceptos matemáticos que intervienen para resolver el problema.
- Redactar las preguntas suficientes y necesarias, así como los requerimientos del problema.

Etapa 2. Verificación experimental del modelo obtenido. Se analiza sobre la base de los resultados obtenidos en la aplicación del modelo anterior si:

- Todos los elementos del método aplicado fueron esclarecidos.
- Si fue correcto el orden de su estudio.
- Si el modelo inicial es incorrecto o incompleto.

Los resultados obtenidos de la aplicación del modelo, fueron los siguientes:

- Los estudiantes necesitan varios impulsos para concretar cada uno de los pasos.
- No llegan a redactar el problema cumpliendo con todos los requerimientos.
- En general no son satisfactorios los resultados, para todos los estudiantes.

Etapa 3. Elaboración complementaria del modelo según la base de datos experimentales de la etapa anterior. En esta etapa se transforma el modelo inicial, aumentando el número de acciones.

- Identificar si la formulación es por variación o por elaboración.
- Generar datos.
- Modelar matemáticamente la información.
- Redactar la información.
- Redactar las preguntas suficientes y necesarias, así como los requerimientos del problema.

- Resolver el problema.
- Reformular el problema.

Etapa 4. Verificación experimental del modelo perfeccionado. Se aplica el modelo perfeccionado detectándose mejores resultados, aunque no los esperados, por lo que se repite todo el proceso hasta la obtención del modelo deseado.

En consecuencia, se muestran en la Tabla 3 las acciones y las operaciones obtenidas como un algoritmo atractivo y novedoso, no visto por los estudiantes en grados precedentes, que les permite desarrollar la habilidad formular problemas matemáticos.

Tabla 3 *Acciones y operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos*

Acciones	Operaciones
Generar datos	Consultar el diccionario Plantear la situación inicial. Considerar lo conocido. Elaborar un plan previo Identificar que se quiere saber de lo conocido (formular una o varias preguntas)
Organizar las ideas	Organizar los datos según la estructura externa de un problema Establecer relaciones matemáticas entre la información obtenida Definir la/s incógnita/s
Elaborar la redacción	Establecer nexos entre los datos y la incógnita Convertir los datos e ideas en texto Considerar la situación comunicativa Delimitar oraciones Atender la ortografía, el vocabulario técnico de la Matemática y el uso de conectores Diseñar un plan de solución Seleccionar el procedimiento matemático para resolver el problema Socializar lo escrito e intercambiar ideas
Revisar la redacción	Valorar el texto redactado Valorar la correspondencia entre el texto y la solución del problema
Reconstruir el texto	Leer el problema redactado Omitir palabras y expresiones irrelevantes Considerar la visión retrospectiva

	Comprobar los resultados Analizar si los procedimientos realizados para la resolución corresponden a las exigencias descritas en el texto Realizar variaciones al texto elaborado para encontrar otros problemas Valorar otras posibles vías de solución
--	---

Fuente: *Elaboración propia*

El dominio de las acciones y las operaciones en el proceso de formación de la habilidad, a partir de la teoría de la formación por etapas de las acciones intelectuales, por parte del docente, constituye un referente importante en el aprendizaje de los estudiantes. Lo anterior permite conocer, la etapa en la cual se encuentran dentro del proceso de formación de estas acciones y operaciones, así como, trabajar en función de lograr su desarrollo. Los estudiantes logran desarrollar la habilidad, cuando al sistematizar las acciones y las operaciones es posible resolver lo formulado. La sistematización de dichas acciones y operaciones perfeccionadas mediante el criterio de expertos, se concreta con la puesta en práctica de una estrategia didáctica que se diseña en el siguiente capítulo.

Conclusiones del Capítulo

El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática se asume en esta investigación en una visión integral y con un carácter sistémico, de modo que los estudiantes sean entes activos en la asimilación de los conocimientos y el desarrollo de las habilidades para aplicarlos de manera creativa. Se contribuye así a la preparación de los jóvenes para la vida social. De ahí la importancia que para ellos reviste este proceso, pues les permite valorar la importancia de su función.

La formación de habilidades es asumida con rasgos psicológicos y pedagógicos, se destacan las habilidades generales primero y luego, como un caso particular, las habilidades matemáticas, para dentro de estas, hacer énfasis en el desarrollo de la habilidad formular problemas.

Los fundamentos teóricos expuestos, agrupan los criterios desde los puntos de vista científicos y pedagógicos relacionados con la habilidad formular problemas matemáticos y permiten identificar su contribución al desarrollo del lenguaje oral y escrito, así como, al pensamiento lógico y creativo.

Desde la relación, semejanza y correspondencia entre el sistema operacional de la habilidad construir textos y las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas se obtienen por el principio heurístico de analogía las acciones y las operaciones de la habilidad en estudio y luego estas son perfeccionadas a partir del procedimiento teórico experimental.

**CAPÍTULO II. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA DESARROLLAR LA HABILIDAD FORMULAR
PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL PREUNIVERSITARIO**

CAPÍTULO II. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA DESARROLLAR LA HABILIDAD FORMULAR PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL PREUNIVERSITARIO

“la formulación de un problema a menudo es más esencial que su solución, que puede ser simplemente una cuestión de habilidad matemática o experimental. Plantear nuevas preguntas, nuevas posibilidades, considerar viejos problemas desde un nuevo ángulo, requiere imaginación creativa y marca un avance real en la ciencia”

Einstein e Infeld (1938)

En la esfera educacional, las investigaciones científicas tienen como objetivo, tratar problemas muy particulares de este campo, con la finalidad de aportar elementos teóricos-metodológicos que permitan perfeccionar la práctica educativa y generar conocimientos que enriquezcan la pedagogía como ciencia. En este capítulo se muestran los resultados de la aplicación del Método Delphi para la valoración de una estrategia didáctica que contiene las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en los estudiantes de preuniversitario, previamente también valoradas por los mismos expertos. Se exponen, además, los fundamentos que la sustentan y las sugerencias metodológicas para su implementación en la práctica educativa.

2.1 Valoración de las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos mediante la aplicación del Método Delphi

Para valorar las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos y comprobar si son fiables los juicios emitidos por los expertos, se decide utilizar el Método Delphi. Este método se basa en el uso estratégico de las opiniones de un grupo de expertos sobre un tema en particular, con el fin de llegar a soluciones específicas y una mejor toma de decisiones.

La autora de esta investigación, a partir de estudios realizados, constata que el Método Delphi en su origen, se empleó para la prospección de carreras de caballos y evolucionó hasta usarse en la ciencia militar. El nombre délfico lo considera Abraham Kaplan, pues Delphi es la traducción al inglés de Delfos, una ciudad de la antigua Grecia. Las ideas de Kaplan se basan principalmente en que un poderoso impulsor de mejores decisiones es el consenso.

Sin embargo, para Cruz (2009), la idea de consenso ha cambiado, teniendo en cuenta que este no tiene por qué existir, mientras que las nociones de los expertos adquieren un matiz más amplio y flexible. Los estudios realizados por el autor antes mencionado, sobre este método, le permiten concluir que, de un origen eminentemente prospectivo, el método Delphi hoy encuentra aplicaciones en muchos campos del conocimiento científico, donde las ciencias de la educación desempeñan un papel fundamental.

En esta investigación se tiene en cuenta, además, el criterio de Arias (2019) al referir que, la escogencia de expertos como fuente de información para una investigación, no debe limitarse sólo a criterios académicos y profesionales, también debe considerar las condiciones personales del elegible, como accesibilidad, humildad, generosidad y honestidad para evitar situaciones indeseables que puedan afectar el estudio. Se puede afirmar que en estas concepciones está basada la elección de los expertos en la investigación que se presenta.

Los expertos son la clave fundamental en cualquier investigación, pues ellos son los que proporcionan los datos que permiten llevarla a cabo. Dentro de la investigación educativa, es crucial la selección de los expertos, ya que son distintos agentes los que participan en el proceso de enseñanza aprendizaje y, por tanto, son varias las voces que deben estar representadas en una investigación dentro de este campo. (Andúgar y Cortina, 2020)

Otro aspecto importante lo constituye la selección del número de expertos. A consideración de Herrera, et al., (2022), esta selección, no es una decisión irracional o arbitraria pues es importante conocer que un número pequeño sobredimensiona el papel de cada uno de ellos, mientras que un número muy grande hace difícil el logro de la concordancia de sus opiniones. Estos autores plantean que no existe consenso acerca del número de expertos a emplear y sugieren utilizar entre 20 y 30 expertos. Atendiendo a ello, en esta investigación se decide emplear 25 expertos.

En la aplicación de dicho método son evaluadas de manera independiente las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas, en tres rondas y la estrategia didáctica para su implementación en la práctica, en dos. Los aspectos a evaluar son ofrecidos a los expertos, teniendo en cuenta las categorías de evaluación del tipo de escala de Likert: inadecuado, poco adecuado, adecuado, bastante adecuado y muy adecuado.

Los 25 profesores de Matemática se distribuyen entre los preuniversitarios del municipio Cienfuegos, la Universidad Carlos Rafael Rodríguez y cuatro metodólogos, uno de la Dirección municipal y tres de la Dirección provincial (Preuniversitario, Técnico Medio y Enseñanza de Adultos). Para la selección se consideran, años de experiencia en la docencia, categorías docente y científica, su prestigio en el colectivo docente y de escolares, así como, su disposición para participar en la evaluación.

Son seleccionados para participar como expertos en esta investigación, los 25 profesores de Matemática Superior y/o General, de ellos, 11 Doctores en Ciencias que ostentan la categoría de Profesor Titular, 10 másteres y 4 licenciados, con un promedio de 30 años de experiencia, vinculados a la docencia y principalmente a la enseñanza de la Matemática. Para el análisis de sus competencias se les aplica una

encuesta (Anexo 1), en la que se les solicita una autovaloración del nivel de conocimiento o información que poseen sobre el tema. A partir de aquí se determina su coeficiente de conocimiento, Kc , a través de la fórmula, $Kc = \frac{n}{10}$ donde n es el rango señalado por el experto, en escala del 1 al 10.

Se considera importante destacar lo planteado por Cruz y Martínez (2020) al referir que existen limitaciones en el coeficiente de competencia para captar la experticia en toda su plenitud pues existen estudios contemporáneos que han mostrado que dicho concepto no sólo está relacionado con la competencia por intermedio del conocimiento, la capacidad para resolver problemas, e incluso la intuición. Varios autores han remarcado elementos de naturaleza personalógica, psicológica, sociológica y axiológica, que un coeficiente numérico difícilmente puede resumir.

Es por eso que en esta investigación se combina esta medida con otros recursos, para garantizar la efectividad de la selección de los profesores de preuniversitario que se desempeñan como expertos. Previo al cálculo del coeficiente de competencia, se tuvo en cuenta la valoración de los metodólogos en cuanto a los siguientes atributos:

- ✓ Años de experiencia en la docencia, con énfasis en el preuniversitario
- ✓ Calidad en la impartición de las clases
- ✓ Resultados de los estudiantes en evaluaciones
- ✓ Responsabilidad, compromiso y posibilidades reales de los profesores para participar en las 5 rondas
- ✓ Desempeño en reuniones y actividades metodológicas
- ✓ Formación científica y académica
- ✓ Prestigio ante el colectivo de trabajadores y estudiantes

Con respecto a los profesores de la Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez”, además de tener en cuenta atributos como: la responsabilidad metodológica, la categoría docente, el grado científico, la preparación teórica, la disposición personal, los artículos publicados y las tutorías de diferentes tesis, la participación en eventos y proyectos internacionales en los que se aborda el objeto de estudio de esta investigación, también se tiene en cuenta el criterio de esta autora pues la mayoría fueron profesores de la misma en la carrera

La autora considera que aspectos tales como la responsabilidad y la disposición no solo son esenciales para conseguir respuestas veraces y profundamente reflexivas en los cuestionarios, sino también para lograr la permanencia de cada uno de ellos después de varias rondas. Se concluye que, aunque solo se muestra en el cuerpo de la tesis el resultado del cálculo para la determinación de la experticia de los

candidatos a expertos, la combinación del mismo con los atributos antes mencionados contribuye al aseguramiento y la objetividad en el proceso analítico sintético de cada ronda y garantiza el juicio crítico de los expertos en cada una de ellas.

Con posterioridad a estos análisis es posible calcular el coeficiente de argumentación, K_a , de cada experto, ($K_a = \sum_{i=1}^6 n_i$) donde n_i es valor correspondiente a la fuente de argumentación.

Una vez obtenidos los valores del coeficiente de conocimiento y del coeficiente de argumentación, se procede a obtener el valor del coeficiente de competencia K , coeficiente cuya medida determina, finalmente, los expertos que pueden formar parte de la investigación. Este coeficiente se calcula a partir de la expresión: $k = \frac{K_c + K_a}{2}$. Posteriormente, obtenidos los resultados de K , se analiza de la siguiente manera:

$0,8 \leq K \leq 1,0$ Coeficiente de competencia alto

$0,5 \leq K < 0,8$ Coeficiente de competencia medio

$K < 0,5$ Coeficiente de competencia bajo

Se consideran como fuentes para la adquisición de los conocimientos los expuestos en la tabla del Anexo 2 y como resultado final, el que se muestra en el Anexo 3, de los veinticinco (25) profesores seleccionados como expertos, aunque de ellos, solo tres tienen un coeficiente de competencia medio, en general como promedio, el grupo de expertos tiene un grado de competencia alto, por lo que, se decide que todos se incluyan en el proceso de investigación.

En el estudio de los datos agrupados se constata que existe una tendencia hacia la categoría de muy adecuado en todos los elementos de la propuesta sometidos a la consulta de expertos, según el procedimiento descrito por Cerezal y Fiallo (2004), Crespo (2006), Cruz (2009) y Cortés (2011). A continuación, se muestran los resultados de cada una de las rondas efectuadas para la valoración por los expertos de las acciones y las operaciones para formular problemas matemáticos.

Primera Ronda

Se somete a consideración de los expertos la encuesta correspondiente al Anexo 4, en la que se exponen las acciones y las operaciones obtenidas en el capítulo anterior. En los resultados de esta primera ronda se aprecia que, de manera general las valoraciones de los indicadores por los expertos se muestran en la Tabla 4 y se concentran en las categorías de Muy adecuado y Bastante adecuado.

Tabla 4 Primera ronda de expertos para valorar las acciones y las operaciones de la habilidad

Indicadores	Categorías
Acción Generar datos y sus operaciones	Muy adecuado
Elaborar la redacción y sus operaciones	Bastante Adecuado
Revisar la redacción y sus operaciones	Bastante Adecuado
Reconstruir el texto y sus operaciones	Muy adecuado

Fuente: *Elaboración propia*

Para el análisis de los criterios emitidos por los expertos, en esta primera ronda se analiza el nivel de concordancia de los mismos. Con este fin, se utiliza la prueba no paramétrica W de Kendall para la que se ha fijado un nivel de significación $\alpha=0,05$. Teniendo en cuenta la escala valorativa para el coeficiente de concordancia de dicha prueba:

$W \leq 0,2 \rightarrow$ Concordancia muy baja

$0,2 < W \leq 0,4 \rightarrow$ Concordancia baja

$0,4 < W \leq 0,6 \rightarrow$ Concordancia media

$0,6 < W \leq 0,8 \rightarrow$ Concordancia alta

$W > 0,8 \rightarrow$ Concordancia muy alta

Considerando la hipótesis:

Hipótesis:

H_0 : No hay concordancia entre los expertos.

H_1 : Existe concordancia entre los expertos.

A partir del procesamiento en el SPSS en su versión 27.0, se obtiene, que se rechaza la hipótesis nula, pues la significación asintótica (0,000) es menor que 0,05, asumida por la autora. La prueba expresa un alto nivel de concordancia de W de Kendall de 0,754 (Anexo 5), lo que representa un 75,4% de acuerdo entre los expertos, según la escala valorativa anterior.

Durante la aplicación de esta ronda es posible conocer, que todos los expertos valoran las acciones y las operaciones de la habilidad como viables. A partir de las sugerencias y recomendaciones emitidas por ellos, la autora considera:

1. Algunas sugerencias están basadas en que la acción *Generar datos* puede ser sustituida por la acción *Generar ideas*, pues son esas mismas ideas y el conocimiento sobre los temas que las involucran, las que permiten a los estudiantes seleccionar los temas y los datos a utilizar en el

problema. Por tal razón la autora decide sustituir Generar datos por Generar ideas quedando de la siguiente manera:

Acción: *Generar ideas*

Operaciones:

- Recopilar datos de interés sobre un tema determinado
 - Organizar las ideas
 - Consultar el diccionario
 - Elaborar un plan previo
 - ✓ Preguntas
 - ✓ Figuras, tablas y esquemas
 - ✓ Mapas conceptuales
2. Antes de la acción *Elaborar la redacción* los expertos consideran necesaria otra que muestre cómo desde la Matemática es posible abordar esas ideas generadas para poder formular un problema, por lo que se agrega la acción *Modelar matemáticamente la información* con sus respectivas operaciones.

Acción: *Modelar matemáticamente la información*

Operaciones:

- Identificar figuras, tablas o esquemas a utilizar según el contenido matemático que se aborda en el problema.
 - Representar la información a partir de construir las figuras tablas o esquemas.
 - Controlar si lo construido satisface las condiciones.
 - Transformar los esquemas para variar el nivel de complejidad
3. Otra de las sugerencias es incluir la acción, *Resolver el problema formulado*, porque no tiene sentido formular un problema y no poder resolverlo, teniendo en cuenta el contenido que desde la Matemática se quiera incluir en el proceso.

Acción: *Resolver el problema formulado*

Operaciones:

- Poner en práctica el plan de solución
- Representar la solución

Los expertos también realizan algunas acotaciones a las diferentes operaciones en cuanto terminologías a utilizar y el orden de ejecución, que son tomadas en cuenta por esta autora y puestas a su consideración en la segunda ronda, expuesta en el Anexo 6.

Segunda ronda

Según los resultados, en dicha ronda se muestra una tendencia hacia el muy adecuado por predominar esta categoría en la mayoría, aunque se mantiene la presencia de criterios hacia el adecuado y bastante adecuado, como se muestra en la Tabla 5. Al igual que en la primera ronda, se analiza la concordancia entre los criterios de los expertos. Se obtiene el rechazo de la hipótesis nula, pues la significación asintótica (0,000) es menor que 0,05. La prueba expresa un muy alto nivel de concordancia de W de Kendall de 0,882 (Anexo 7), lo que representa un 88,2% de acuerdo entre los expertos, como queda reflejado en la Tabla 5.

Tabla 5 *Segunda ronda de expertos para valorar las acciones y las operaciones de la habilidad*

Indicadores	Categorías
Generar ideas y sus operaciones	Muy adecuado
Modelar matemáticamente la información y sus operaciones	Bastante Adecuado
Elaborar la redacción y sus operaciones	Bastante Adecuado
Resolver el problema formulado y sus operaciones	Muy adecuado
Autorrevisar la redacción y sus operaciones	Muy adecuado
Reconstruir el texto y sus operaciones	Muy adecuado

Fuente: *Elaboración propia*

Consideraciones:

1. En esta ronda la mayoría de los expertos coinciden en que la acción *Generar ideas* debe estar antecedida por otra que garantice un conocimiento previo de estas y que permita identificar las aplicaciones del contenido matemático a tratar en la formulación del problema. Es así como la autora identifica como primera acción *Identificar las aplicaciones del contenido matemático* a tratar y sus respectivas operaciones.

Acción: Identificar las aplicaciones del contenido matemático

Operaciones:

- Relacionar el contenido matemático con un tema determinado
- Investigar sobre el tema
- Recopilar datos de interés sobre el tema identificado

- Aportar nuevas ideas, partiendo de su experiencia y conocimiento del tema.
2. Otro de los aspectos señalados es que en el caso de la acción *Generar ideas*, resulta más pertinente (aunque es visto en otra ronda) sustituirla por *Generar datos* teniendo en cuenta que desde la enseñanza de la Matemática este término es más utilizado, además con la acción previa a esta se garantiza que se organicen las ideas en función de lograr los datos necesarios para la formulación del problema. La autora considera que la acción debe ser renombrada como *Generar ideas para identificar datos y requerimientos*. En ese caso también se realizan pequeños ajustes a sus operaciones.

Acción: *Generar ideas para identificar datos y requerimientos*

Operaciones:

- Organizar las ideas
- Plantear la situación inicial.
- Elaborar un plan previo
- Identificar que se quiere saber de lo conocido (formular una o varias preguntas)

3. En el caso de la acción *Elaborar la redacción* las recomendaciones hechas por los expertos sugieren a la autora la necesidad de agregar dos operaciones más que permitan a los estudiantes más claridad en el momento de seleccionar el procedimiento matemático para resolver el problema y para socializar con otros e intercambiar sobre lo escrito.

4. De igual manera se sugieren ajustes para enriquecer las operaciones de la acción *Reconstruir el texto*. La autora tiene en cuenta todas estas consideraciones y observaciones hechas por los expertos y así lo pone de manifiesto en la tercera ronda, cuyo cuestionario se muestra en el Anexo 8.

Tercera ronda

Los resultados de la valoración de los expertos en esta ronda, se reflejan en la Tabla 6 y muestran el nivel alto de coincidencia entre ellos, así como la tendencia mayoritaria hacia la categoría de muy adecuado.

Tabla 6 *Tercera ronda de expertos para valorar las acciones y las operaciones de la habilidad*

Indicadores	Categorías
Identificar las aplicaciones del contenido matemático	Muy adecuado
Generar ideas para identificar datos y requerimientos	Muy adecuado
Modelar matemáticamente la información	Muy adecuado
Elaborar la redacción	Muy adecuado

Resolver el problema formulado	Muy adecuado
Revisar la redacción	Muy adecuado
Reconstruir el texto	Muy adecuado

Fuente: *Elaboración propia*

Al igual que en las rondas anteriores, se analiza la concordancia entre los criterios de los expertos. La prueba expresa un muy alto nivel de concordancia de W de Kendall de 0,920 (Anexo 9), lo que representa un 92,0% de acuerdo entre los expertos. En este caso el nivel de coincidencia alto entre los expertos demuestra la pertinencia de las acciones y las operaciones para desarrollar la habilidad en estudio, aunque sugieren la incorporación de algunas operaciones que enriquecen las acciones propuestas.

1. En el caso específico de la acción Generar ideas para identificar datos y requerimientos, es posible incluir operaciones como consultar el diccionario y considerar lo conocido.
2. En la acción *Revisar la redacción*, valorar el texto redactado y la correspondencia entre este y la solución del problema, constituyen operaciones que no deben faltar pues facilitan el buen desenvolvimiento de los estudiantes para formular problemas.
3. En la acción *Reconstruir el texto* los expertos coinciden en que los estudiantes deben hacer variaciones a los textos elaborados que les permitan encontrar otros problemas y también hacen referencia a la importancia de valorar otras posibles vías de solución.

Luego de haber realizado un análisis a las sugerencias hechas por los expertos la autora de esta investigación determina incorporarlas, teniendo en cuenta que los mismos consideran cada una de las acciones y operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en la categoría de muy adecuado como se menciona con anterioridad, dichas acciones y operaciones se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7 *Acciones y operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos*

Acciones	Operaciones
Identificar las aplicaciones del contenido matemático	Seleccionar el tema Relacionar el contenido matemático con un tema determinado Investigar sobre el tema Recopilar datos de interés sobre el tema identificado Aportar nuevas ideas, partiendo de su experiencia y conocimiento del tema.

Generar ideas para identificar datos y requerimientos	<p>Organizar las ideas</p> <p>Consultar el diccionario</p> <p>Plantear la situación inicial.</p> <p>Considerar lo conocido (datos)</p> <p>Elaborar un plan previo</p> <p>Identificar el o los requerimientos (formular una o varias preguntas)</p>
Modelar matemáticamente la información	<p>Identificar figuras, tablas o esquemas según el contenido matemático abordado</p> <p>Representar la información a partir de construir figuras tablas o esquemas.</p> <p>Controlar si lo construido satisface las condiciones.</p> <p>Transformar los esquemas para variar el nivel de complejidad</p>
Elaborar la redacción	<p>Establecer nexos entre los datos y el requerimiento</p> <p>Convertir los datos e ideas en texto</p> <p>Considerar la situación comunicativa</p> <p>Delimitar oraciones</p> <p>Atender la ortografía, el vocabulario técnico de la Matemática y el uso de conectores</p> <p>Diseñar un plan de solución</p> <p>Seleccionar los conceptos y las relaciones matemáticas entre los datos y el requerimiento para resolver el problema.</p> <p>Socializar lo escrito e intercambiar ideas</p>
Resolver el problema formulado	<p>Poner en práctica el plan de solución</p> <p>Representar la solución</p>
Revisar la redacción	<p>Valorar el texto redactado</p> <p>Valorar la correspondencia entre lo redactado y la solución del problema</p>
Reconstruir el texto	<p>Leer el problema redactado</p> <p>Omitir palabras y expresiones irrelevantes</p> <p>Considerar la visión retrospectiva</p> <p>Comprobar los resultados</p> <p>Analizar si los procedimientos realizados para la resolución corresponden a las exigencias descritas en el texto</p> <p>Realizar variaciones al texto elaborado para encontrar otros problemas</p> <p>Valorar otras posibles vías de solución</p>

Fuente: *Elaboración propia*

Para diferenciar niveles de desarrollo en la habilidad formular problemas matemáticos la autora considera como indicadores las acciones obtenidas en esta investigación y asume la escala cualitativa de tipo ordinal (Bajo–Medio–Alto) propuesta por Cruz (2002). De acuerdo a las fuentes consultadas, dicha escala se considera más al alcance de los profesores de preuniversitario y permite lograr mayor objetividad en la obtención de los resultados con respecto al desarrollo de la habilidad por su flexibilidad y sencillez, que para nada se asocian a menos rigor y suficiencia.

Una vez que la información es registrada por el profesor, se procede a evaluar el desarrollo de la habilidad a partir del desempeño de los estudiantes en cada una de las acciones para formular problemas matemáticos como se muestra en la Tabla 8.

Tabla 8 *Niveles de desarrollo por acciones de la habilidad formular problemas matemáticos según el desempeño de los estudiantes*

Acciones	Bajo	Medio	Alto
Identificar las aplicaciones del contenido matemático	Selecciona e investiga sobre el tema, recopila datos de interés y aporta datos desde su experiencia, pero no es capaz de relacionar el tema con el contenido matemático.	Selecciona e investiga sobre el tema, recopila datos de interés, aporta datos desde su experiencia y es capaz de relacionar el tema con el contenido con algunos niveles de ayuda.	Selecciona e investiga sobre el tema, recopila datos de interés, aporta datos e ideas desde su experiencia y conocimientos. Relaciona el tema con el contenido matemático.
Generar ideas para identificar datos y requerimientos	Organiza las ideas, consulta el diccionario, pero no es capaz de plantear la situación inicial. No elabora un plan previo, no identifica el o los requerimientos y no formula la pregunta.	Organiza las ideas, consulta el diccionario, plantea la situación inicial, considera lo conocido (datos), no elabora un plan previo, pero identifica el o los requerimientos y formula la pregunta con algunos niveles de ayuda.	Organiza las ideas, consulta el diccionario y plantea la situación inicial. Considera lo conocido (datos), elabora un plan previo e identifica el o los requerimientos (formular una o varias preguntas)

<p>Modelar matemáticamente la información</p>	<p>No es capaz de identificar figuras, tablas o esquemas según el contenido matemático abordado, ni representar la información. Por lo que no controla si lo construido satisface las condiciones. y no es capaz de variar el nivel de complejidad.</p>	<p>Identifica figuras, tablas o esquemas según el contenido matemático abordado, representa la información de dichas tablas o esquemas. No es capaz de controlar si lo construido satisface las condiciones ni tampoco de variar el nivel de complejidad.</p>	<p>Identifica figuras, tablas o esquemas según el contenido matemático abordado. Representa la información a partir de construir figuras tablas o esquemas. Es capaz de controlar si lo construido satisface las condiciones y transforma los esquemas para variar el nivel de complejidad.</p>
<p>Elaborar la redacción</p>	<p>Considera la situación comunicativa, delimita oraciones y atiende la ortografía. No establece nexos correctos entre los datos y el requerimiento, no diseña un plan de solución, no relaciona los conceptos y las relaciones matemáticas entre los datos y el requerimiento para resolver el problema,</p>	<p>Considera la situación comunicativa, delimita oraciones, atiende la ortografía, relaciona parcialmente los datos y el requerimiento, convierte las ideas en texto aunque necesita algunos niveles de ayuda para diseñar un plan de solución, relacionar los conceptos y las relaciones matemáticas entre datos y requerimiento para resolver el problema, socializa lo escrito e intercambia ideas.</p>	<p>Establece nexos entre los datos y el requerimiento. Convierte los datos e ideas en texto. Considera la situación comunicativa y delimita oraciones. Atiende la ortografía, el vocabulario técnico de la Matemática y el uso de conectores. Diseña un plan de solución. Selecciona los conceptos y las relaciones matemáticas entre los datos y el requerimiento para resolver el problema. Socializa lo escrito e intercambia ideas.</p>

Resolver el problema formulado	No es capaz de resolver el problema	Necesita algunos niveles de ayuda para poner en práctica el plan de solución.	Pone en práctica el plan de solución y es capaz de representar la misma.
Revisar la redacción	No es posible establecer correspondencia entre lo redactado y la solución porque no resuelve el problema.	Logra establecer con niveles de ayuda relaciones entre lo redactado y la solución obtenida.	Valora el texto redactado y su correspondencia con la solución del problema.
Reconstruir el texto	No es capaz de reconstruir el texto a partir de lo redactado anteriormente por el alto nivel de dificultades presentado en las acciones anteriores.	Lee el problema redactado, omite palabras y expresiones irrelevantes. No es capaz de considerar la visión retrospectiva, aunque comprueba los resultados de acuerdo al plan de solución diseñado y no precisamente los que corresponden a las exigencias iniciales. Con algunos niveles de ayuda realiza variaciones al texto elaborado para encontrar otros problemas, pero no tiene en cuenta otras vías de solución ni considera otros niveles de complejidad.	Lee el problema redactado, omite palabras y expresiones irrelevantes. Considera la visión retrospectiva. Comprueba los resultados. Analiza si los procedimientos realizados para la resolución corresponden a las exigencias descritas en el texto. Realiza variaciones al texto elaborado para encontrar otros problemas, puede variar el nivel de complejidad y valorar otras posibles vías de solución.

Fuente: *Elaboración propia*

De manera general la autora considera que los estudiantes se encuentran en nivel *Bajo* cuando a pesar de desarrollar las tres primeras acciones no son capaces de establecer relaciones matemáticas que los conduzcan a establecer un plan de solución. Están situados en un nivel *Medio* cuando al establecer las relaciones entre la información obtenida y el contenido matemático redactan un problema y son capaces de resolverlo. El nivel *Alto* se pone de manifiesto cuando los estudiantes son capaces de corregir errores en el plan de solución y en consecuencia resolver el problema correctamente de acuerdo a los requerimientos previstos, revisar la redacción, valorar lo redactado, considerar la visión retrospectiva y realizar variaciones para encontrar nuevos problemas.

Para su implementación en la práctica, las acciones y las operaciones obtenidas, se insertan en una estrategia didáctica que se escoge como resultado científico de esta investigación. El diseño final de dicha estrategia está precedido por la valoración de los expertos a partir de dos rondas de preguntas intencionadas por la autora de esta tesis.

2.2 Valoración de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos

La estrategia didáctica que se presenta en este epígrafe, tiene como objetivo general contribuir al desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en los estudiantes de preuniversitario y está sustentada en fundamentos filosóficos, psicológicos, pedagógicos, didácticos y epistemológicos, a los cuales se hace referencia. Es valorada por un grupo de expertos, a partir de dos rondas de preguntas cuyos resultados contribuyen al perfeccionamiento de dicha estrategia, para lograr mejores resultados en su implementación en la práctica educativa.

Las valoraciones y sugerencias de los expertos, en cada una de las rondas, son tomadas en cuenta en el diseño de la versión final de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en los estudiantes de preuniversitario. En ella se considera al estudiante como un ser activo y crítico en la construcción de su conocimiento, la necesidad de atender a sus diferencias individuales de aprendizaje, así como la conveniencia de favorecer su desarrollo personal, ello, exige al docente el dominio de teorías y estrategias didácticas que le permiten afrontar con éxito los grandes desafíos educativos que se plantean en la enseñanza.

2.2.1 La estrategia didáctica: consideraciones necesarias

Muchos autores emiten sus definiciones de acuerdo con la etimología general del término estrategia y no se reconocen profundas contradicciones entre los teóricos. Se coincide en que es un plan, concepción de ideas, habilidad, planificación de medidas, o sea, que el significado de estrategia la sitúa no solo en

el plano militar, sino en todas las esferas de la actividad del hombre. El análisis etimológico de la palabra, permite saber sus orígenes en la voz griega *strategos* (general). Desde su surgimiento, se utiliza para designar el arte de dirigir las operaciones militares, más adelante, se comienza a emplear para nombrar habilidad, destreza y pericia al dirigir un asunto.

La Real Academia Española (RAE) (2023), la describe con varias acepciones como: arte de dirigir las operaciones militares, para dirigir un asunto y como el conjunto de las reglas que aseguran una decisión óptima. Los estudios de Macías, et al., (2021), refieren, que las estrategias establecen la dirección inteligente de las acciones encaminadas a resolver los problemas detectados en un determinado segmento de la actividad humana. En el transcurso del tiempo, se contextualiza el término estrategia en los diferentes ámbitos de la actividad social, hasta en el plano pedagógico, donde se comienza a utilizar aproximadamente a partir de 1960, coincidiendo con el inicio del desarrollo de investigaciones dirigidas a describir indicadores relacionados con la calidad de la educación.

Según los criterios de Barrios y Diez (2018), existen diferentes tipos de estrategias en el contexto educativo, divididas todas en dos grandes grupos: las estrategias de aprendizaje y las estrategias de enseñanza, las que tienen como fin, contribuir a mejorar la calidad del proceso de enseñanza aprendizaje. Cuando se habla de estrategias de aprendizaje se refiere a aquellas que los estudiantes llevan a cabo, por sí solos, para la apropiación de los contenidos; mientras que las estrategias de enseñanza son utilizadas por el profesor para dirigir y organizar el proceso de enseñanza aprendizaje. En esta investigación se asume que las acciones de las estrategias de enseñanza están dirigidas al mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes y a la orientación de vías más apropiadas para promover aprendizajes desarrolladores, teniendo en cuenta los actores del proceso de enseñanza aprendizaje y la diversidad de los contenidos, procesos y condiciones en que este transcurre.

Barrios y Diez (2018), plantean, además, que se pueden mencionar, como estrategias de enseñanza: las estrategias pedagógicas, metodológicas y didácticas. Para la autora de esta investigación en el proceso de organización de la enseñanza, las estrategias didácticas son herramientas útiles que ayudan a los docentes a comunicar los contenidos y hacerlos más asequibles a la comprensión de cada uno de los estudiantes. El valor fundamental de estas estrategias está en facilitar el aprendizaje y en generar ambientes más gratos y propicios para la formación estudiantil.

Campusano y Díaz (2017), plantean que las estrategias didácticas son procedimientos organizados que tienen una clara formalización y definición de sus etapas orientadas al logro de los aprendizajes esperados. A partir de la estrategia didáctica, el docente orienta el recorrido pedagógico que deben

seguir los estudiantes para construir su aprendizaje. Son de gran alcance, se utilizan en períodos largos (plan de estudio o asignatura) y tienen dos características principales:

- ✓ Los profesores son facilitadores y los estudiantes protagonistas de su propio aprendizaje.
- ✓ En las primeras aplicaciones existe la posibilidad de no obtener el 100% de los resultados esperados, lo cual es común que suceda, dado que es necesario un tiempo de apropiación de la estrategia, tanto del docente como de los estudiantes. Esto se logra mientras más veces se implemente la estrategia. La idea es que estas experiencias permitan a docentes y estudiantes solucionar dificultades futuras, a través de ir ajustando la implementación para el logro de los aprendizajes esperados.

En esta investigación se coincide con Velázquez (2020), al decir que, una estrategia didáctica es el conjunto de procedimientos organizados que tiene como objetivo, el logro de los aprendizajes esperados por los estudiantes, donde el docente orienta el recorrido pedagógico para construir los mismos. La autora considera, que las estrategias didácticas facilitan al docente transmitir sus conocimientos, experiencias y contribuyen a que se construyan nuevos saberes a través del intercambio con los estudiantes. Posibilitan una formación continua de manera planificada y consciente, a la vez que despiertan una inquietud genuina por el conocimiento. El estudio sobre las estrategias didácticas permite identificar ventajas que se esgrimen de las mismas, las que se muestran a continuación:

- ✓ Permiten dar a conocer un saber de manera organizada y con una metodología estipulada.
- ✓ Pueden aplicarse de múltiples maneras, con métodos, técnicas y actividades diversas.
- ✓ Consideran el contexto y conocimiento previo de cada persona para ser ajustado según se necesite.
- ✓ Pueden modificarse o aplicarse nuevas técnicas según vayan surgiendo y aportan valor al desarrollo del conocimiento.
- ✓ Permiten el estímulo de la creatividad.

Se tienen en cuenta los preceptos de Rodríguez y Alarcón (2020), al plantear que las estrategias didácticas exigen un enfoque científico que propicia la interacción constante entre el docente y el estudiante y permiten el desarrollo de las habilidades comunicativas. Por ello, el profesor, además de tener un profundo dominio de los contenidos, requiere manejar la pedagogía, la didáctica, los métodos científicos y la tecnología; aristas que lo convierten en un profesional de la educación, con dominio del contenido que enseña.

La estrategia didáctica que se presenta se caracteriza por ser flexible, pues puede ser aplicada en cualquier nivel educativo, siempre que se respeten las particularidades de cada uno; contextual, pues se enmarca en un contexto histórico social concreto que responde a las características y exigencias del

contexto cubano. También es desarrolladora por estar orientada a la estimulación del desarrollo potencial del estudiante. Se apoya en la utilización de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC), como medio que propicia el vínculo de los estudiantes con el modelo que requiere nuestra sociedad desde la enseñanza de la Matemática y está fundamentada desde la filosofía, la psicología, la pedagogía, la didáctica y la epistemología, como se muestra a continuación.

2.3.1 Fundamentos que sustentan la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario

Cada cultura se caracteriza porque en ella prevalece un tipo de educación en particular, cuya determinación es sustentada por la filosofía. La estrategia didáctica que se propone, se sustenta desde el punto de vista filosófico, en el método dialéctico materialista. Se tiene en cuenta el criterio de Pupo (1990), cuando plantea, que se concibe la educación y preparación del sujeto como un fenómeno histórico, social y clasista, sustentado en el hecho de que el sujeto es educado bajo condiciones concretas según el contexto donde se desenvuelve.

Como base de la estrategia, está la teoría marxista del conocimiento científico, al considerar la práctica social como principio y fin de la realidad, la representación de la relación entre el hombre y el medio social en un proceso histórico-concreto a partir de la formación de la personalidad como elemento individual de existencia de las relaciones sociales. En particular, en la estrategia que se presenta, se materializa este pensamiento en las relaciones entre la formulación de problemas desde un enfoque práctico, específicamente de los nueve componentes educativos a lograr en los estudiantes de preuniversitario y que fueron mencionados en el capítulo anterior.

Desde el punto de vista psicológico la estrategia didáctica está fundamentada en la selección y determinación de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos desde su estructura interna en los estudiantes de preuniversitario. Para ello se toman los aportes del enfoque histórico cultural desarrollado por Vigotsky (1979) y sus seguidores, que sustentan su teoría en que el aprendizaje no sigue al desarrollo, sino que, el aprendizaje se produce partiendo desde una zona de desarrollo actual y alcanza los límites de autonomía posible definidos por la zona de desarrollo próximo. Se consideran, además, los presupuestos de la teoría de la actividad de Leontiev (1981), que como aspectos esenciales considera las condiciones y el concepto de motivo es determinante en el análisis. Así como, una de las teorías más difundidas en la formación de habilidades, la teoría de formación por etapas de las acciones mentales, formulada por Galperin (1986) y enriquecida por Talízina (2018), al llamarlas formación por etapas de las acciones intelectuales, las que transitan gradualmente, desde los

niveles inferiores del conocimiento hacia los más elevados. Se tiene en cuenta también los modos y procedimientos para modelar la actividad cognoscitiva de Talízina (1988).

Por otra parte, se asume la posición de Polya (1982), sobre la motivación y el interés de los estudiantes para formular problemas. Este autor plantea que los problemas, además de contribuir a la formación lingüística, al desarrollo de las operaciones mentales generales, tales como el análisis, la síntesis, la generalización y la abstracción, también tienen la función de acercar al alumno a su realidad, no a partir de hechos o datos aislados, sino a partir de hechos que pueden explicar con una visión más completa e integradora el objeto de las ciencias y la práctica social.

Los fundamentos pedagógicos se sustentan en un conjunto de ideas relativamente sistematizadas que han tenido una influencia significativa en el terreno educativo durante el siglo XX y que a partir de una concepción del hombre han elaborado una propuesta acerca de la educación y sus protagonistas. De esta manera se tienen en cuenta los propósitos pedagógicos que según Parra (2003), tienen las estrategias didácticas:

- ✓ Activación de conocimientos
- ✓ Motivación
- ✓ Establecimiento de expectativas
- ✓ Apoyo al desarrollo de los contenidos
- ✓ Atracción de la atención de los estudiantes
- ✓ Enlace de conocimientos previos con la nueva información que el estudiante debe incorporar
- ✓ Exploración y seguimiento al conocimiento que deben desarrollar los estudiantes
- ✓ Promoción, discusión y la reflexión activa de los estudiantes

Además, considera los principios pedagógicos mencionados por Hurrutinier (2006):

Vinculación del estudio con el trabajo: se pone de manifiesto desde el mismo momento en que se crean climas favorables para vincular las actividades docentes con el trabajo y sus diferentes manifestaciones en la actualidad, a partir de la realización de las actividades de cada una de las etapas de la estrategia didáctica. Se potencia el trabajo grupal e individual, que garantiza el desarrollo de habilidades intelectuales e investigativas lo que contribuye a la formación de orientaciones valorativas éticas, morales, sobre la base de las necesidades individuales, sociales y del desarrollo alcanzado por los estudiantes. Se pone de manifiesto, además, en la contextualización de cada uno de los problemas a formular, los temas referidos a la futura profesión de los estudiantes y que a consecuencia de esto se generen debates con respecto a los perfiles de los profesionales y sus diferentes campos de acción.

La unidad de la instrucción y la educación: se tiene en cuenta a partir de la concepción correcta de la estrategia de manera tal que su diseño responde al (qué hacer, cómo y para qué hacer). La estrategia responde a las necesidades, intereses y características de los estudiantes de preuniversitario, con el fin de crear un clima afectivo favorable entre los estudiantes y el profesor. Las acciones y las operaciones contenidas en la estrategia propician la búsqueda de información actualizada que relacionan los contenidos vistos en la asignatura Matemática y su aplicación en la práctica.

De manera general, se rescata un conjunto de características como la proyección social, la orientación humanística y el carácter transformador necesario en todo proceso educativo, los que se expresan en la interrelación de los pares categoriales instrucción – educación.

Los fundamentos didácticos que sustentan la estrategia, se ubican en una concepción desarrolladora, reconociéndose el carácter activo de los actores del proceso de enseñanza aprendizaje; así como su determinación histórico – social. Se propone una enseñanza donde se parta de las experiencias previas del estudiante y el profesor con el contenido, implicando no solo la esfera cognitiva sino la afectividad que se produce del contacto directo con el fenómeno estudiado y que a su vez favorezca el desarrollo del pensamiento lógico. De ahí la importancia de considerar el ofrecimiento de apoyos a los estudiantes, que le permita al profesor orientar su influencia pedagógica hacia lo potencial.

De igual manera se tienen en cuenta los principios didácticos enunciados por Labarrere (1988), fundamentalmente los que conciernen a su generalidad y su carácter de sistema:

Del carácter educativo de la enseñanza: se pone de manifiesto en la medida que la estrategia didáctica contribuye a la educación y la formación de cualidades de la personalidad, como son la moral y la conducta a asumir en cada uno de los momentos en que los estudiantes apliquen las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos, lo que constituye un referente ineludible en su desempeño en la asignatura y sus proyecciones futuras.

Del carácter científico de la enseñanza: se pone de manifiesto al tener en cuenta la actualización de los contenidos. De la misma manera, su contextualización se manifiesta en la relación estrecha con la labor de los estudiantes en función de perfeccionar sus conocimientos, habilidades y valores en función de las nuevas exigencias de la ciencia la tecnología y la sociedad.

De la vinculación de la teoría con la práctica: se pone de manifiesto en la medida que cada estudiante pueda reflejar en la práctica sus conocimientos con respecto a los nueve componentes educativos de la enseñanza vistos desde el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos.

De la unidad de lo concreto y lo abstracto: se pone de manifiesto en la medida que cada estudiante sea capaz de comprender de manera lógica el PEA de la Matemática de lo conocido a lo desconocido, de lo simple a lo complejo.

De sistematización de la enseñanza: se pone de manifiesto en el proceso que realiza el docente en cada una de las unidades temáticas con las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos con el fin de desarrollar dicha habilidad en los estudiantes. Consecuencia de una planificación y una secuencia lógica.

De la asequibilidad: se pone de manifiesto en el reconocimiento por parte del profesor de las particularidades de los estudiantes en los diferentes grados del nivel educativo, el nivel de desarrollo de las habilidades en cada uno de los núcleos temáticos, teniendo en cuenta su experiencia acumulada que le permite orientar y conducir el PEA.

Los niveles de asimilación de Álvarez (1999), el reproductivo, el productivo y el creativo en correspondencia con las diferencias individuales de los estudiantes. Cada uno de estos niveles se tiene en cuenta siempre que los estudiantes aborden:

- Las formas de proceder para formular problemas (Malaspina, 2017)
- Los tipos de problemas correspondientes a los contenidos del grado
- Las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos

La estrategia didáctica también se fundamenta en la estrecha relación entre los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje, donde el estudiante adopta un rol protagónico en el proceso y se aborda desde las potencialidades de los actores del mismo. Se considera a los objetivos como la categoría rectora del proceso y su función educativa, instructiva y desarrolladora. Para Álvarez (1999), son uno de los componentes de estado que posee el proceso docente educativo sobre la base de la relación proceso contexto social y marca el estado deseado que se debe alcanzar con el desarrollo de dicho proceso, lo que permite la solución del problema planteado.

En relación con el contenido se analiza, el sistema de conocimientos, habilidades y valores de la Matemática y los núcleos de conocimiento relacionados con la lingüística, lo que permite establecer una analogía entre las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas y el sistema operacional de la habilidad construir textos. El método facilita la construcción de las acciones y las operaciones de la habilidad objeto de estudio, mediante la relación profesor-alumno y se emplea para estimular la actividad productiva de los estudiantes. La evaluación del cumplimiento de las acciones y

las operaciones realizada en las clases, posibilita conocer los resultados que se obtienen y permite retroalimentar el proceso, así como corregir errores en cuanto a la enseñanza y el aprendizaje.

En el orden epistemológico se consideran los principios relacionados con la Didáctica de la Matemática, desde su concepción de disciplina científica, de Cruz (2002), los reportes de UNESCO (2018), PISA (2021) y los del Consejo Estadounidense de Profesores de Matemática (2022) (NCTM por sus siglas en inglés); las habilidades matemáticas, ofrecidas por Krutetskii (1976), analizadas por Geisler et al., (1979), Bravo (2002), Ballester (2002), Ferrer y Rebollar (2010) y Manzueta et al., (2018). Se asume el programa heurístico general de trabajo en el problema, propuesto por Polya (1982).

La estrategia didáctica se sustenta en los postulados generales de un proceso de enseñanza aprendizaje que instruye, educa y desarrolla, por lo que se definen como principios didácticos los siguientes:

✓ Carácter desarrollador de la enseñanza de la matemática.

Se pone de manifiesto cuando el estudiante desempeña un papel activo en la actividad, existe una motivación intrínseca por el aprendizaje, el reconocimiento de sus carencias y fortalezas para lograr el objetivo propuesto, la formulación de metas propias de aprendizaje, la identificación de las necesidades para alcanzar las metas, la elección e implementación de las estrategias de aprendizaje adecuadas, y la realización de un proceso de autoevaluación de los resultados.

✓ Integración con enfoque de sistema de los componentes didácticos de la asignatura.

Se logra cuando el estudiante se implica en la búsqueda del conocimiento matemático desde posiciones activas. Se transita desde un proceso de enseñanza aprendizaje centrado en el profesor, a un proceso de enseñanza aprendizaje en el que el estudiante desempeña un papel protagónico, en la clase de Matemática y adopta una posición activa en cada una de las etapas de su actividad cognoscitiva, valorativa y práctica, desde la orientación hasta el control, determinando por sí mismo bajo la dirección del profesor. Para ello, este último, estimula en el estudiante, el desarrollo de diferentes formas de razonamiento, el establecimiento de relaciones, análisis, síntesis y esquemas lógicos.

✓ Atención a las diferencias individuales en el desarrollo de los estudiantes, en el tránsito del nivel logrado hacia el que se aspira.

Este principio se ve favorecido en la estrategia didáctica en cuanto a los resultados del diagnóstico inicial, que arroja las fortalezas y debilidades presentes en el estudiante, para lo cual el profesor debe tomar en cuenta la ayuda para buscar las respuestas adecuadas que promuevan su desarrollo. Esto exige la elaboración y orientación de actividades variadas que propician el desarrollo del pensamiento lógico.

✓ Vínculo del contenido del aprendizaje con la práctica social.

El mismo se refleja en la estrategia con la intención de establecer relaciones dialécticas entre el conocimiento sensorial y el conocimiento racional, lo que permite el ascenso a una práctica integradora que propicia la científicidad en el trabajo que se realiza. Este principio aboga por lograr que el estudiante aprenda desde la práctica y para la práctica, contextualizando socialmente el contenido matemático y evitando todo tipo de pronunciación exclusivamente teórica en las clases.

La autora en el diseño de la estrategia didáctica, asume la posición de (Izquierdo y Corona 2012; Morales 2014), relacionada con las cuatro etapas de una estrategia: Diagnóstico, Planeación, Ejecución y Evaluación. Dada la relación dialéctica entre las etapas de la estrategia didáctica, el carácter sistémico que le resulta inherente garantiza una complementación, de forma tal, que no es necesario que culmine una etapa en particular, para dar inicio a cualquiera de las otras. Para la ejecución de cada una de dichas etapas, se tiene en cuenta un conjunto de actividades que garantizan su efectividad. Se utiliza el término actividades y no acciones, con la intención de que no existan confusiones con respecto a las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos contenidas en dicha estrategia.

Según la Real Academia Española (2023), las actividades constituyen un conjunto de operaciones o tareas propias de una persona o entidad. A continuación, se muestra la evolución de estas etapas de la estrategia didáctica con sus respectivas actividades previstas en cada uno de los casos, desde su diseño inicial hasta la versión final, luego de ser valorada por los expertos a partir de dos rondas.

2.2.3 Rondas de expertos para la valoración de la estrategia didáctica

Primera ronda

En esta primera ronda, expuesta en el Anexo 10, se presenta a los expertos una versión insipiente de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos como se muestra en la Tabla 9.

Tabla 9 *Primera versión de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos*

Estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos	
Objetivo general: contribuir al desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en los estudiantes del preuniversitario	
ETAPAS	ACTIVIDADES
Diagnóstico	<ul style="list-style-type: none">• Confeccionar y aplicar los instrumentos elaborados para determinar el estado inicial de preparación de los estudiantes en el desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática del preuniversitario.

	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar el nivel de desarrollo de la habilidad formular problemas en cada estudiante.
Planeación	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar los tipos de problemas que los estudiantes vayan a formular según los contenidos impartidos.
Ejecución	<ul style="list-style-type: none"> • Implementar cada una de las acciones y las operaciones en el proceso de formulación de problemas desde la Matemática del preuniversitario.
Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluar la implementación de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas desde la Matemática del preuniversitario, mediante la aplicación de pruebas pedagógicas.

Fuente: *Elaboración propia*

Para la valoración de la estrategia didáctica se ofrece a los expertos una serie de aspectos (clasificados por la autora como variables, V1, V2...) con la intención de que emitan sus juicios y criterios con respecto a la pertinencia y aplicación de la estrategia. Dichos expertos evalúan los diferentes elementos de la estrategia, opinan y sugieren modificaciones para mejorarlos, lo que permite a la autora identificar las falencias a corregir en un primer momento del análisis.

V1: Objetivo de la estrategia didáctica. Evaluado por veinticinco (25) expertos como muy adecuado.

V2: Fundamentos filosóficos que sustentan la estrategia didáctica. Evaluado por diecisiete (17) expertos como muy adecuado, cinco (5) bastante adecuado y tres (3) adecuado.

V3: Fundamentos psicológicos que sustentan la estrategia didáctica. Evaluado por dieciocho (18) como muy adecuado, cinco (5) bastante adecuado y dos (2) adecuado.

V4: Fundamentos didácticos que sustentan la estrategia. Evaluado por dieciocho (18) como muy adecuado, cinco (5) bastante adecuado y dos (2) adecuado.

V5: Fundamentos pedagógicos que sustentan la estrategia didáctica. Evaluado por veinte (20) como muy adecuado y cinco (5) bastante adecuado.

V6: Fundamentos epistemológicos que sustentan la estrategia didáctica. Evaluado por diecinueve (19) como muy adecuado y seis (6) bastante adecuado.

Para la valoración, se ofrece a los expertos un resumen de los fundamentos teóricos de la investigación de manera general, lo que les permite alertar sobre la no presencia de algunos autores que constituyen referentes ineludibles en el tema que se aborda. De manera general, los expertos realizan observaciones y sugerencias en cuanto a los fundamentos que sustentan la estrategia didáctica basadas fundamentalmente en la búsqueda más profunda y minuciosa de los aspectos considerados por ellos.

V7: Etapa de diagnóstico de la estrategia didáctica. Evaluado por diecinueve (19) como muy adecuado, tres (3) bastante adecuado y tres (3) adecuado. En este caso y de manera general los expertos sugieren

la inclusión en esta etapa del análisis de los resultados de los instrumentos aplicados, pues por su importancia es un aspecto que no debe faltar en ese momento de la estrategia didáctica.

V8: Etapa de planeación. Evaluado por veinte (20) como muy adecuado, tres (3) bastante adecuado y dos (2) adecuado. Para este momento las principales recomendaciones y sugerencias están basadas en la no presencia y necesaria inclusión de la determinación del estado en que se encuentran los estudiantes para cumplimentar las acciones y las operaciones para resolver los tipos de problemas a formular y de las formas de organización de la docencia y los momentos según las unidades temáticas

V9: Etapa de ejecución. Evaluado por veinte (20) como muy adecuado, tres (3) bastante adecuado y dos (2) adecuado.

V10: Etapa de control. Evaluado por veinte (20) como muy adecuado, tres (3) bastante adecuado y dos (2) adecuado.

V11: Sugerencias metodológicas. Evaluado por veintiuno (21) como muy adecuado, tres (3) bastante adecuado y dos (2) adecuado. En este aspecto, señalan la importancia de poner a consideración de los estudiantes las acciones y las operaciones, así como someter a juicio de los profesores, la estrategia. Recomiendan, además, concebir en las sugerencias, aspectos relacionados con la didáctica de la construcción de textos, pues de manera general son temas que se abordan por los profesores de la asignatura Español Literatura y no por quienes imparten otras materias entre las que se encuentra la Matemática. A continuación, en la Tabla 10, se ponen de manifiesto los resultados de acuerdo con las categorías según los puntajes de los expertos sobre la estrategia didáctica en esta primera ronda.

Tabla 10 Resultado de la valoración de la estrategia didáctica en la primera ronda de expertos

Aspectos a evaluar	Categorías
Objetivo de la estrategia didáctica	Muy adecuado
Fundamentos Filosóficos	Muy adecuado
Fundamentos Psicológicos	Muy adecuado
Fundamentos Didácticos	Muy adecuado
Fundamentos Pedagógicos	Muy adecuado
Fundamentos Epistemológicos	Muy adecuado
Etapa de diagnóstico	Muy adecuado
Etapa de planeación	Muy adecuado
Etapa de ejecución	Muy adecuado
Etapa de control	Muy adecuado
Sugerencias metodológicas	Muy adecuado

Fuente: *Elaboración propia*

Los resultados anteriores muestran que predominan las categorías de muy adecuado para valorar los aspectos señalados de la estrategia didáctica. Se realiza el análisis de la prueba no paramétrica W de

Kendall, para determinar el coeficiente de concordancia entre los criterios de los expertos, se obtiene un 71,2% de acuerdo entre los expertos (Anexo 11). A pesar de representar este valor, un alto nivel de concordancia, es necesario realizar una segunda ronda para valorar la estrategia didáctica que se propone en esta investigación.

Segunda ronda

Para la valoración de la estrategia didáctica en esta segunda ronda, se ofrece a los expertos, una nueva versión de la estrategia didáctica (se hace referencia en la Tabla 11) en la que se tiene en cuenta los elementos sugeridos en la primera ronda, así como, una serie de aspectos (clasificados por la autora como variables, V1, V2...) con la intención de que los mismos emitan sus juicios y criterios con respecto a su pertinencia y aplicación.

Tabla 11 *Estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos*

Estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos	
Objetivo general: contribuir al desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en los estudiantes del preuniversitario	
ETAPAS	ACTIVIDADES
Diagnóstico	<ul style="list-style-type: none"> • Confeccionar y aplicar las pruebas pedagógicas, guías de observación y entrevista a los resolutores para determinar el estado inicial de preparación de los estudiantes en el desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática del preuniversitario. • Analizar los resultados de los instrumentos aplicados. • Determinar el nivel de desarrollo de la habilidad formular problemas en cada estudiante.
Planeación	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar los tipos de problemas que los estudiantes vayan a formular según los contenidos impartidos. • Determinar en qué medida los estudiantes pueden cumplimentar las acciones y las operaciones para resolver los tipos de problemas a formular.
Ejecución	<ul style="list-style-type: none"> • Implementar cada una de las acciones y las operaciones en el proceso de formulación de problemas desde la Matemática del preuniversitario.
Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluar la implementación de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas desde la Matemática del preuniversitario, mediante la aplicación de pruebas pedagógicas.

Fuente: Elaboración propia

V1: Objetivo de la estrategia didáctica. Evaluado por los veinticinco (25) expertos como muy adecuado.

V2: Fundamentos. Evaluado por los veinticinco (25) como muy adecuado.

V3: Etapa de diagnóstico. Evaluado por veinticinco (25) como muy adecuado.

V4: Etapa de planeación. Evaluado por veinticinco (25) como muy adecuado. Las principales recomendaciones y sugerencias se centran en la no presencia y necesaria inclusión de las formas de organización de la docencia y los momentos según las unidades temáticas.

V5: Etapa de ejecución. Evaluado por veinticinco (25) como muy adecuado.

V6: Etapa de control. Evaluado por veinticinco (25) como muy adecuado.

V7: Sugerencias metodológicas. Evaluado por veinticinco (25) como muy adecuado.

En la tabla 12 se exponen los resultados de la valoración de los expertos sobre la estrategia didáctica en la segunda ronda, según cuestionario del Anexo 12.

Tabla 12 Resultado de la valoración de los aspectos de la estrategia didáctica en la segunda ronda por los expertos

Aspectos a evaluar	Categorías
Objetivo de la estrategia didáctica	Muy adecuado
Fundamentos	Muy adecuado
Etapa de diagnóstico	Muy adecuado
Etapa de planeación	Muy adecuado
Etapa de ejecución	Muy adecuado
Etapa de control	Muy adecuado
Sugerencias metodológicas	Muy adecuado

Fuente: *Elaboración propia*

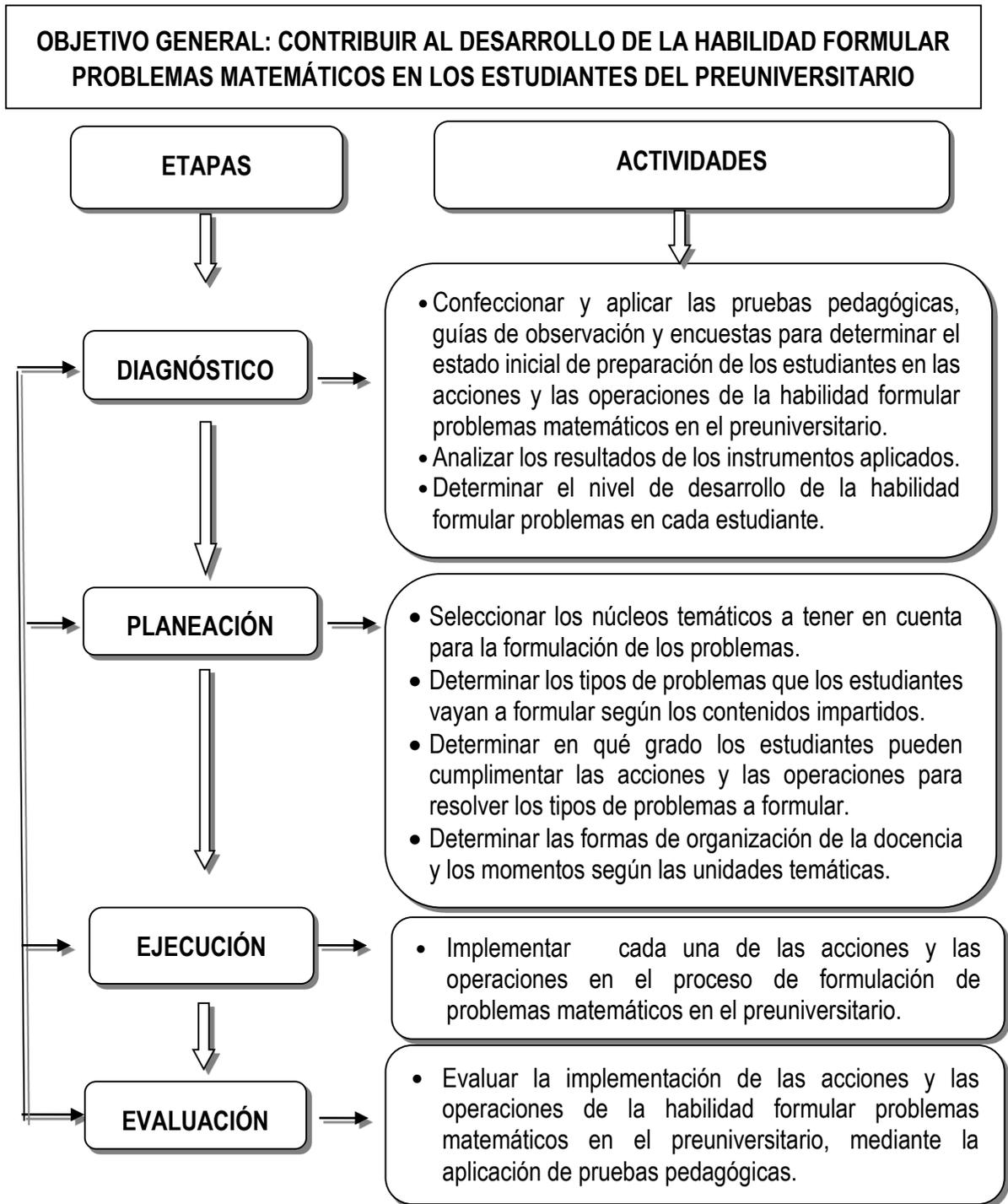
De la información que se ofrece en el Anexo 13, se infiere que hay una muy alta concordancia entre los expertos. En dicha consulta se obtiene como resultado, que la estrategia didáctica propuesta para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario constituye una herramienta novedosa que contribuye a la formación de los estudiantes de este nivel educativo.

- Promueve el aprendizaje de la Matemática orientado al cambio y al mejoramiento de los estudiantes al involucrarlos en la búsqueda del conocimiento.
- Prioriza la posición de los estudiantes en virtud de formular de manera efectiva problemas matemáticos enfocados en la aplicación de los contenidos que se le imparten en la escuela.
- Vincula la teoría y la práctica mediante el enfoque de reflexión, autovaloración y actitud cognoscitiva frente a la formulación de los problemas matemáticos que posibilitan un mejor desenvolvimiento de los estudiantes en el cualquier medio que se desarrollen.

Las estrategias transitan en su aplicación por diferentes etapas. Se comienza a partir del conocimiento de las dificultades que presentan los estudiantes y en función de ello surge el objetivo a cumplir, esto facilita la planificación para proceder de acuerdo a la deficiencia encontrada. La efectividad de dicha planificación hace posible una correcta puesta en práctica de las acciones y las operaciones de la habilidad en estudio. Lo anterior es posible, a partir del tránsito por las etapas previstas: diagnóstico, planeación, ejecución y evaluación, representadas en la figura 1. Estas etapas se evalúan de manera continua y se retroalimentan a medida que se ejecutan, para lograr ir del estado real al deseado.

Figura 1 Esquema de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en los estudiantes de preuniversitario.

**ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESRROLLO DE LA HABILIDAD FORMULAR
PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL PREUNIVERSITARIO**



Fuente: *Elaboración propia.*

En el capítulo III se detallan cada una de las etapas propuestas a partir de la implementación en la práctica de la estrategia didáctica y se demuestra la vinculación entre las mismas. A continuación, se proponen las sugerencias metodológicas para su correcta ejecución.

2.3 Sugerencias metodológicas para la aplicación de la estrategia didáctica

Las sugerencias metodológicas se proponen con el fin de obtener resultados satisfactorios en la implementación de la estrategia didáctica que contiene las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos. Lo anterior está en correspondencia con la concepción adecuada de un proceso de enseñanza aprendizaje que contribuye con el desarrollo de las habilidades que se necesitan. La estrategia didáctica se inserta en todas las unidades del programa de Matemática del Nivel Educativo Preuniversitario.

Resulta pertinente que los docentes valoren la posibilidad de considerar dos fases en este proceso de formulación: las condiciones previas o realización de ejercicios preparatorios y la propia formulación de los problemas. A continuación, se muestran elementos que los profesores deben tener en cuenta en el momento de aplicar la estrategia didáctica.

- Condiciones previas a la formulación de los problemas

Se le confiere vital importancia al dominio del profesor con respecto al diagnóstico del grupo, para así orientar estas acciones según la unidad que se aborda. Los estudiantes deben presentar un mínimo de dificultad en los contenidos que se afrontan en los problemas, para que no generen obstáculos en el momento de formularlos, pero como la práctica ha demostrado que en la mayoría de las ocasiones se transita de una unidad a otra sin vencer todos los objetivos, se considera pertinente su abordaje sistemático para garantizar un mayor grado de efectividad de la estrategia.

Según lo anterior todos estos contenidos generales y específicos deben ser sistematizados y organizados de forma tal que permitan comprender la actividad de formulación y establecer las relaciones necesarias a partir de situaciones de la realidad. Los profesores antes de poner en práctica la estrategia elaborada deben tener presente que los estudiantes no pueden ser sometidos a la formulación de un problema, sin antes haber resuelto otros de ese mismo tipo. En este caso, la autora muestra en la Tabla 13 la vinculación entre las acciones y las operaciones de las habilidades resolver y formular problemas.

Tabla 13 *Relación entre las acciones y las operaciones de las habilidades resolver y formular problemas matemáticos*

Acciones y operaciones de la habilidad resolver problemas matemáticos (Bagué, 2016)		Acciones y operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos (Bagué y Morales, 2024)	
Acciones	Operaciones	Acciones	Operaciones
Comprender el problema.	Leer exhaustivamente el texto. Identificar los datos y la incógnita. Traducir del lenguaje común al algebraico. Identificar términos de la profesión militar. Reformular el problema. Comparar con problemas análogos.	Identificar las aplicaciones del contenido matemático	Seleccionar el tema Relacionar el contenido matemático con un tema determinado Investigar sobre el tema Recopilar datos de interés sobre el tema identificado Aportar nuevas ideas, partiendo de su experiencia y conocimiento del tema.
		Generar ideas para identificar datos y requerimientos	Organizar las ideas Consultar el diccionario Plantear la situación inicial. Considerar lo conocido (datos) Elaborar un plan previo Identificar el o los requerimientos (formular una o varias preguntas)
Modelar matemáticamente el problema. (Trabajo con el problema)	Elaborar figuras, tablas o esquemas. Recopilar información sobre el problema independientemente de su utilidad y establecer nexos en: Relación con los datos. ✓ Relación con la incógnita. ✓ Relación con elementos de la profesión militar. Diseñar un plan de solución. ✓ Plantear la ecuación. ✓ Plantear sistemas de ecuaciones.	Modelar matemáticamente la información	Identificar figuras, tablas o esquemas según el contenido matemático abordado Representar la información a partir de construir figuras tablas o esquemas. Controlar si lo construido satisface las condiciones. Transformar los esquemas para variar el nivel de complejidad
		Elaborar la redacción	Establecer nexos entre los datos y el requerimiento Convertir los datos e ideas en texto Considerar la situación comunicativa Delimitar oraciones

			Atender la ortografía, el vocabulario técnico de la Matemática y el uso de conectores Diseñar un plan de solución Seleccionar los conceptos y las relaciones matemáticas entre los datos y el requerimiento para resolver el problema. Socializar lo escrito e intercambiar ideas
Solucionar el problema.	Poner en práctica el plan de solución. Representar la solución.	Resolver el problema formulado	Poner en práctica el plan de solución Representar la solución
Considerar la visión retrospectiva. (Evaluar la solución y la vía).	Comprobar los resultados. Analizar los procedimientos realizados para la solución desde la matemática y con los elementos de la profesión militar. Valorar otras posibles vías de solución.	Revisar la redacción	Valorar el texto redactado Valorar la correspondencia entre lo redactado y la solución del problema
		Reconstruir el texto	Leer el problema redactado Omitir palabras y expresiones irrelevantes Considerar la visión retrospectiva Comprobar los resultados Analizar si los procedimientos realizados para la resolución corresponden a las exigencias descritas en el texto Realizar variaciones al texto elaborado para encontrar otros problemas Valorar otras posibles vías de solución

Fuente: *Elaboración propia*

A partir de la relación que se establece entre ambas habilidades es necesario el análisis de los distintos contenidos que se abordan en cada uno de los grados con vista al desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos.

Décimo grado

En este grado se evidencia que el tratamiento de los contenidos de la Unidad I. *Los números reales y el procesamiento de datos estadísticos*, ofrece continuidad al estudio de los dominios numéricos iniciados

desde los primeros grados de la enseñanza primaria y tratados en los tres grados de la Secundaria Básica y sienta las bases para una nueva ampliación de los dominios numéricos en el duodécimo grado donde se estudian los números complejos.

Previo al desarrollo de la habilidad formular problemas, los docentes deben tener en cuenta las relaciones y operaciones con conjuntos y sus propiedades, los diferentes dominios numéricos, las propiedades de la potenciación, radicación y logaritmación, así como el procesamiento de datos estadísticos. Dentro de los conceptos básicos ya conocidos por los estudiantes se encuentran conjunto, dominio e intervalo numérico, población, muestra, variable estadística y medidas de tendencia central. Se inician los conceptos de extensión y descripción de conjunto, conjunto universo y complemento, número irracional, potencia de exponente racional, raíz n -ésima, logaritmo, medidas de dispersión y posición, así como diagrama de caja.

En la Unidad II. *Trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones* se proponen acciones que tributan al trabajo con las operaciones con polinomios y la descomposición factorial, ecuaciones e inecuaciones lineales, cuadráticas, modulares y fraccionarias, así como, sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticos. Los estudiantes deben conocer de grados precedentes los conceptos de polinomio, dominio, valor numérico y descomposición factorial de polinomios, ecuación lineal y cuadrática y sistemas de ecuaciones lineales. Se introducen los de fracción algebraica, ecuación modular y fraccionaria, inecuación lineal, cuadrática y fraccionaria y sistemas de ecuaciones cuadráticos. En la Unidad III. *Funciones modulares y potenciales*, se parte del repaso del concepto de función como una correspondencia entre conjuntos y las funciones lineales y cuadráticas, derivándose así, dos puntos muy relacionados entre sí, que son el concepto de función modular como un ejemplo de función lineal por parte (a trozos o tramos) y las funciones potenciales definidas ambas como un conjunto de pares ordenados de números reales.

Dentro de los conceptos ya estudiados se encuentran dominio, imagen, ceros, monotonía, valor máximo o mínimo y signo de una función, eje de simetría axial y central, completamiento cuadrático, así como valor absoluto o módulo. En este caso se estudian los conceptos de función como conjunto de pares ordenados, inecuación lineal en dos variables, paridad de una función y las funciones polinomial, modular, cúbica, potencial y de proporcionalidad inversa. Se introducen también los conceptos de asíntotas vertical y horizontal. Otro aspecto a tener en cuenta, es la construcción de cada uno de los gráficos de estas funciones, pues el correcto análisis de los mismos contribuye a un mejor

desenvolvimiento en la formulación y resolución de los problemas de este tipo, así como la codificación matemática y el empleo de palabras claves.

El tratamiento de la Unidad IV. *Trigonometría y sus aplicaciones*, permite a los docentes desarrollar acciones previas a la formulación de los problemas encaminadas a potenciar el desarrollo de habilidades en el cálculo trigonométrico y de razones trigonométricas de ángulos cualesquiera con el auxilio de tablas y otros medios de cálculo, así como, la resolución de ecuaciones trigonométricas sencillas y sus aplicaciones. Dentro de los conceptos conocidos se encuentran: triángulos iguales y semejantes, triángulo rectángulo, razones seno, coseno, tangente y cotangente, ángulos agudos y complementarios, así como polígonos y cuerpos geométricos. Dentro de los conceptos que se inician: cosecante, secante, ángulos notables, axiales y coterminales, polígonos regulares y resolución de triángulos.

Onceno grado

Lo esencial en la Unidad I. *Funciones numéricas, sus propiedades y operaciones*, está en función de la sistematización de las relaciones existentes entre las propiedades y los gráficos de las funciones, el desarrollo de habilidades en la determinación del dominio y la imagen de las funciones elementales, en la realización de operaciones (incluidas la compuesta y la inversa) y en la resolución de ecuaciones con radicales hasta dos elevaciones. Los conceptos, relaciones y procedimientos estudiados en grados anteriores constituyen condiciones previas indispensables para el tratamiento de esta unidad.

En la Unidad II. *Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas*, se ponen de manifiesto los logaritmos, su fundamento y aplicaciones por su importancia para las Matemáticas avanzadas y la ciencia en general. En este sentido se hace referencia a la identidad logarítmica fundamental y la monotonía de la logaritmicación, para de esta forma dar tratamiento en los logaritmos decimales a la mantisa, la característica, los antilogaritmos y sus aplicaciones. Se tiene en cuenta las potencias de exponente racional y la monotonía de la potenciación, así como, la relación entre gráfico, ecuación, propiedades y aplicaciones de las funciones exponencial y logarítmica.

En la Unidad III. *Ecuaciones y funciones trigonométricas*, se profundiza en el desarrollo de habilidades en la conversión de ángulos del sistema sexagesimal al sistema circular y viceversa, así como en el cálculo de las razones trigonométricas de un ángulo en ambos sistemas de medida, utilizando las tablas y otros medios de cómputo. Se resuelven ecuaciones trigonométricas más complejas con ayuda de las identidades ya conocidas. Se abordan las funciones trigonométricas seno, coseno, tangente y cotangente, así como, sus gráficos, propiedades y aplicaciones. Se abordan un grupo de conceptos

estudiados en grados anteriores y se inician los conceptos de sistema circular de medida de ángulos, funciones seno, coseno, tangente y cotangente, así como, las funciones armónicas.

En la Unidad IV. *Geometría analítica de la recta en el plano*, se aborda dentro de la geometría plana, el repaso de las propiedades de los triángulos, rectas notables, cuadriláteros, circunferencia, área y perímetros. Se estudia la ecuación cartesiana de la recta y se introducen las fórmulas básicas de distancia entre dos puntos, pendiente de una recta, punto medio de un segmento, distancia de un punto a una recta, así como las condiciones de paralelismo, perpendicularidad y las aplicaciones del método analítico de la demostración de propiedades geométricas. Se distinguen todas las líneas directrices de la asignatura, por lo que se contribuye considerablemente a la formación matemática de los estudiantes.

En la Unidad V. *Curvas de segundo grado. Secciones cónicas*, se tratan las curvas de segundo grado: circunferencia, parábola, elipse e hipérbola. Se tienen en cuenta sus definiciones como lugares geométricos, la obtención de sus ecuaciones, el reconocimiento de cada uno de sus elementos y la representación mental clara de sus gráficos. Se destaca, que tienen en común una característica algebraica: sus ecuaciones son de segundo grado y una geométrica; se obtienen como secciones planas de un cono circular recto.

Duodécimo grado

En la Unidad I. *Inducción completa. Sucesiones numéricas*, a partir de la diferenciación de los métodos deductivos e inductivos se introduce el principio de inducción completa y su aplicación a la demostración de propiedades y a la geometría, en un primer momento. Se introducen las sucesiones numéricas, con la diferenciación entre aritméticas y geométricas y se retoma la aplicación del principio de inducción completa para demostrar la validez de las fórmulas de términos y sumas parciales de una sucesión numérica. Se imparten un grupo de conceptos básicos, algunos de los cuales son estudiados con anterioridad, por lo que constituyen condiciones previas, para la introducción de los que se inician. Dentro de este último grupo están los conceptos de método inductivo, inducción completa, hipótesis, tesis, sucesiones numéricas, aritméticas y geométricas, término y suma n -ésimos.

En la Unidad II. *Números Complejos*, resulta imprescindible el tratamiento de los dominios numéricos ya estudiados en cuanto a sus relaciones conjuntistas y limitaciones, dando paso a los números complejos, su forma binómica, conjugado, módulo, forma trigonométrica, así como, a la resolución de ecuaciones en este dominio. Se sistematiza otro grupo de conceptos básicos ya estudiados y se introducen los conceptos de número complejo, unidad imaginaria, forma binómica e igualdad de números complejos, conjugado, módulo, representación trigonométrica, argumento y raíz n -ésima de un número complejo.

En la Unidad III. Estadística y probabilidades, se sistematizan de forma integrada los contenidos de núcleos temáticos tales como números, magnitudes, ecuaciones y funciones. La comprensión de los conceptos y procedimientos que en ella se estudian la convierten en la unidad por excelencia para el tratamiento de la línea directriz formular y resolver problemas. En la misma se aborda el procesamiento de datos estadísticos, las probabilidades, la combinatoria y el teorema del binomio. Se parte de la sistematización de los conceptos básicos de la Estadística Descriptiva tratados con anterioridad y a partir de estos se introducen los conceptos de estadígrafo, percentil, evento aleatorio, probabilidad, factorial de un número, variación, permutación combinación y número combinatorio.

Con el estudio de la Unidad IV. *Geometría del espacio*, concluye el estudio de la geometría en la enseñanza general. En ella se estudian algunos principios fundamentales de la estereometría, así como de la geometría analítica del espacio, que favorecen el desarrollo de la visión espacial en los estudiantes, el logro de una mejor orientación e interpretación del mundo que los rodea, a la vez que contribuye a su orientación profesional. La unidad tiene potencialidades para lograr la sistematización de los contenidos a partir de la integración de todos los núcleos temáticos, fundamentalmente los relacionados con las líneas directrices geometría y trabajo con magnitudes, en el contexto de la formulación y resolución de problemas geométricos. La geometría sintética tiene como puntos esenciales el repaso y profundización de la geometría plana, la introducción de la geometría del espacio y las relaciones entre rectas y planos. Se destacan los conceptos básicos de la geometría plana, como condiciones previas para el estudio de: plano, espacio, paralelismo entre rectas y planos, perpendicular y oblicua a un plano, distancia de un punto a un plano, proyección de la recta en el plano y sistemas de coordenadas en el espacio.

La orientación y formulación de los problemas no solo está encaminada a fijar los contenidos analizados previamente en cada una de las unidades temáticas, sino que los estudiantes sepan aplicar lo aprendido en la creación de problemas prácticos y que les sirva de base para su desempeño en diferentes esferas de su vida. Otro aspecto significativo es que, para formular problemas matemáticos es necesaria la lectura sistemática de diferentes fuentes, buscando datos y situaciones que expresen relaciones con otras asignaturas, con resultados económicos, políticos, sociales, culturales, deportivos, científicos, ambientalistas, contribuyendo así a la adquisición de conocimientos y de una cultura general.

Teniendo en cuenta lo anterior y durante el transcurso por todos los grados de este nivel educativo, los profesores controlan que, al formular problemas, los estudiantes prestan especial atención a:

- ✓ La decodificación, la fluidez y el vocabulario, tan necesarios para la comprensión lectora.
- ✓ Conectar ideas dentro y entre oraciones.

- ✓ Leer en voz alta y conversar sobre lo leído.
- ✓ Atender al ajuste del tema y calidad de las ideas
- ✓ Ajustar la estructura a las normas de presentación

Se recomienda a los profesores utilizar diferentes espacios para el trabajo con las condiciones previas, así como para la propia implementación de la estrategia como se muestra a continuación.

- Espacios en los que se puede aplicar la estrategia didáctica.

Los docentes pueden aplicar la estrategia en varios espacios, aunque el momento por excelencia para muchos es la clase de Matemática, no deben ceñirse solo a ella, pues a consideración de la autora es poco probable intentar desarrollar la habilidad en tan corto tiempo. Se pueden utilizar las actividades independientes, actividades complementarias, tareas de mantenimiento y festivales deportivos, además, en peñas para la formulación de problemas matemáticos creados por los propios estudiantes.

Lo anterior ayuda a que los estudiantes no mecanicen lo que hacen, además de contribuir con el precepto de que la Matemática como ciencia es una sola. Se sugiere también, que en la planificación de cada uno de estos espacios se conciben varias sesiones en las que se pueden dividir las acciones y operaciones para el desarrollo de la habilidad y de esta forma lograr un mejor desenvolvimiento de ellos y un mejor control por parte de los profesores. Estos estructuran el proceso de enseñanza aprendizaje hacia la búsqueda activa del conocimiento, teniendo en cuenta el sistema de acciones a realizar en cada momento de la actividad cognoscitiva. Para ello aplican un conjunto de acciones relacionadas con:

- a) Ejemplificar a los estudiantes la utilización de las diferentes acciones y operaciones de la habilidad.
- b) Mostrar las diferentes vías por las que se pueden formular problemas y en las que se visualicen el uso de las acciones y las operaciones presentadas, teniendo en cuenta los siguientes aspectos: variedad, representatividad, complejidad, formulación lingüística, y las aplicaciones a la vida práctica.
- c) Propiciar el debate y la reflexión individual y/o colectiva del proceso de formulación seguido por cada estudiante, lo que se revertirá en el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos.
- d) Estimular el éxito del estudiante en cada etapa como medio de motivación para continuar en el empeño de la actividad a través del factor psicológico.
- e) Atender a la diversidad en el aula, de forma que cada estudiante se sienta plenamente realizado en la tarea, acorde a sus particularidades.

Estas sugerencias en el trabajo con los estudiantes, ayudará a estimular a los mismos en el proceso de formulación de los problemas matemáticos.

- Interiorización del procedimiento por parte del estudiante

En este caso resulta muy importante que no sea una reproducción mecánica del mismo, lo que indudablemente conduce al fracaso. Se pueden tener en cuenta las siguientes sugerencias:

a) En la transición de una etapa a otra:

- Necesidad de un modelo, objeto o esquema
- Dependencia de la base orientadora
- Explicación de lo que hace
- El tiempo empleado en cada una de las acciones
- Evaluar el nivel de desarrollo de la habilidad de los estudiantes teniendo en cuenta la complejidad de los problemas que es capaz de formular, su grado de independencia en el proceso de formulación de los mismos, la utilización con precisión y rapidez de las acciones, así como la fundamentación de las mismas y la solución correcta con el rigor adecuado en cuanto al uso de la terminología y simbología matemática, además de las alternativas de trabajo que se proponen.

a) Tener en cuenta que, para la evaluación de la habilidad formular problemas, resulta más productivo evaluar por acciones y operaciones. Esto facilita:

- Tener un mejor control del proceso
- Tener identificadas dónde están las mayores dificultades
- Caracterizar mejor a los estudiantes
- Tener mayor claridad del progreso o retroceso de los estudiantes

Otra forma de evaluar el proceso, es sometiendo lo formulado por los estudiantes al juicio de los resolutores que pueden ser sus compañeros de grupo, otro grupo, otro grado o incluso, personas no involucradas en el proceso. El éxito en la resolución, salvando las dificultades que puedan tener quienes resuelven, puede dar al traste con la correcta formulación de los problemas. Además, se pueden utilizar los criterios de los resolutores con respecto a la redacción del problema, el uso de palabras clave y la codificación matemática para valorar y perfeccionar lo formulado por los estudiantes.

- Proceso de autoevaluación.

Los profesores deben estimular el proceso de autoevaluación en la implementación de las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad en correspondencia con los siguientes aspectos:

- ¿En qué acción se encuentran?
- ¿Necesitan aún de las indicaciones?
- ¿Necesitan otros conocimientos para formular el problema con éxito?
- ¿Pueden resolver lo que formulan?

- ¿Son capaces de relacionar contenidos de diferentes unidades en un solo problema?
- Calidad de la redacción del problema formulado

El profesor, realiza un diagnóstico certero para determinar las falencias de los estudiantes en el desarrollo de la habilidad en estudio, para lograr mejores resultados y contribuir con el cumplimiento del objetivo para el cual está diseñada la estrategia didáctica.

Otro aspecto de singular importancia para los profesores de la asignatura Matemática, lo constituye el tener en cuenta en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de la formulación de problemas los elementos siguientes:

- La sistematización y orientación de tareas de escritura según los diferentes contextos comunicativos.
- La concepción de clases en las que estén presentes los procesos de escritura.
- Diseñar situaciones comunicativas que impliquen cumplir con los objetivos o temas propuestos en cada unidad temática.
- Diseñar actividades en las que se privilegien las clases de revisión individual en cada una de las unidades del programa.

Conclusiones del Capítulo

Existe comunidad de concordancia entre los expertos, demostrada luego de tres rondas, en lo que respecta a la utilidad de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario.

Existe comunidad de concordancia entre los expertos con respecto a la viabilidad y eficacia de la estrategia didáctica para desarrollar la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario, al tener como premisa, que promueve el aprendizaje de la Matemática orientado al cambio y al mejoramiento de los estudiantes al implicarlos en la búsqueda del conocimiento.

La estrategia didáctica, está conformada por cuatro etapas fundamentales: diagnóstico, planeación, ejecución, evaluación y un conjunto de actividades, que permiten su implementación. Está sustentada desde lo filosófico, psicológico, pedagógico, didáctico y epistemológico.

La aplicación correcta de las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario, está en correspondencia con la ejecución del profesor de un grupo de sugerencias metodológicas, que permiten el desarrollo gradual y diferenciado de cada una de las acciones y las operaciones previstas, sustentado en la estimulación de un trabajo colaborativo e independiente.

CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA

“Las matemáticas las descubrió el hombre y por lo tanto están al alcance de todos. No son para seres especiales o genios”

Richard Feynman (1965)

El verdadero significado de las investigaciones científicas está dado cuando sus resultados se ponen en función de satisfacer las necesidades fundamentales del hombre en cuanto a salud, educación y alimentación. En función de la idea anterior, se presenta en este capítulo, la implementación y validación de la estrategia didáctica que contiene las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos, concebida como una herramienta en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario.

Previo a la implementación y validación de dicha estrategia didáctica, se expone, la caracterización de los estudiantes que intervienen en su puesta en práctica y posterior a la ejecución, se muestran los resultados de las pruebas pedagógicas aplicadas, así como, el análisis y la discusión de los mismos, a partir de la aplicación de pruebas no paramétricas y su procesamiento en el paquete estadístico SPSS.

3.1 Caracterización de los grupos que participan en la investigación

El ingreso al nivel educativo preuniversitario ocurre en un momento muy importante en la vida del estudiante, pues es el tránsito de la adolescencia a la juventud. Es conocido que los límites evolutivos no son absolutos y están sujetos a variaciones de carácter individual, de manera que se pueden encontrar en un mismo grupo, estudiantes que ya manifiestan rasgos propios de la juventud y otros que aún mantienen comportamientos de adolescentes. Esta diversidad se aprecia con mayor énfasis en el décimo grado por lo que al caracterizar al estudiante de este nivel educativo se tiene en cuenta sus características como joven.

En lo que respecta al desarrollo físico, el crecimiento longitudinal del cuerpo es más lento que en etapas anteriores pues entre los 16 y 18 años los jóvenes tienen una estatura muy próxima a la definitiva. El desarrollo sexual constituye un rasgo distintivo, los varones completan su desarrollo, con respecto a las hembras. En esta etapa se amplía el desarrollo de la esfera intelectual por lo que se considera que están potencialmente capacitados para realizar tareas que requieran altas dosis de trabajo mental, razonamiento, iniciativa, independencia cognoscitiva y creatividad, sustentadas en el efecto de la educación y la enseñanza que reciben tanto en la escuela como fuera de ella. Con respecto a lo anterior no se asume una posición radical, pues los resultados en exámenes demuestran que no todos los

estudiantes son capaces de resolver problemas lógicos correctamente, en situaciones que exigen la aplicación de procedimientos racionales y el control consciente de su actividad.

Durante este momento de la vida del joven, el estudio es una necesidad vital y al mismo tiempo es un placer cuando en el proceso de obtención del conocimiento el joven desarrolla la actividad cognoscitiva independiente. Otro rasgo característico lo constituye el predominio de la tendencia a realizar apreciaciones que responden a temas polémicos, así como la defensa pasional en todos sus puntos de vista. Se alcanza una mayor estabilidad de los motivos, intereses, puntos de vista propios, de manera que son más conscientes de sus propias experiencias y la de quienes los rodean. Sus convicciones y puntos de vista determinan sus conductas en el medio social donde se desenvuelven, lo que los hace ser menos dependientes, capaces de enjuiciar las condiciones de vida que sobre ellos influyen y participar en la transformación activa de la sociedad.

En la actualidad, los temas de conversación más frecuentes de estos estudiantes están relacionados con el sexo, el amor, el tiempo libre, la recreación, los estudios y sus proyecciones futuras. En particular, la elección de los estudios posteriores representa una cuestión de suma importancia y constituye el centro psicológico de su desarrollo, pues es un acto de autodeterminación que presupone tomar una decisión y actuar en concordancia con algo lejano, lo que requiere cierto nivel de madurez. La fuerte necesidad de encontrar su lugar en la vida los hace incrementar su participación en labores socialmente útiles y la comunicación con sus compañeros y coetáneos.

Para complementar esta caracterización, se comprueba el desarrollo de habilidades de los estudiantes de preuniversitario en las clases de Matemática, a partir de la observación de trece clases (Anexo14), distribuidas por grados de la siguiente manera: seis en décimo, cuatro en oncenos y tres en duodécimo grado. De manera general se puede apreciar que existen pocas diferencias a pesar de que a medida que los estudiantes transcurren de un grado a otro el desarrollo de habilidades es mayor.

Se observa en todos los grados que no predomina la motivación hacia la formulación de problemas por ambas partes (docentes y estudiantes), al no constituir una prioridad en ninguna de las evaluaciones que se realizan en el nivel educativo. Se constata, además, que no es suficiente con un turno de clases para lograr que los estudiantes formulen los problemas. Por ello, la generación de ideas, la elaboración y autorrevisión de lo que se formula, así como, la resolución del problema y su reconstrucción, no se desarrollan en su máxima expresión en todos los casos. Estas clases se visitan durante el curso previo (2021-2022) al de la aplicación de la estrategia didáctica diseñada.

Se destaca que, aunque la presente investigación se destina a todos los estudiantes del nivel educativo preuniversitario, se muestra la aplicación de la estrategia propuesta, solo en el onceno grado. Lo anterior se fundamenta en que, es hasta el onceno donde los estudiantes reciben gran parte del contenido de la asignatura para este nivel educativo, teniendo en cuenta que en duodécimo predomina la sistematización con vista al ingreso a la Educación Superior. Otro aspecto que influye, es que en el onceno grado, no se dedican espacios ni en las clases ni en las evaluaciones a la resolución de problemas, menos a la formulación.

Por lo antes expuesto, se toma como población a los 137 estudiantes del onceno grado del curso 2021-2022 del preuniversitario Martín Dihigo Llano. La muestra de 71 estudiantes se extrae de manera intencional a partir de una población dividida en cuatro grupos, creados de manera natural, según la secretaría docente de la escuela. Para la fase experimental, se utiliza la metodología cuasiexperimental, que, a decir de Arnal et al., (1992), en la misma el investigador varía deliberadamente los niveles de la variable independiente para ver los efectos que esta causa en la variación de la variable dependiente pero no ejerce el grado de control característico del método experimental. Generalmente esta metodología se aplica en una situación real o de campo, donde una o más variables independientes son manipuladas en condiciones controladas solo hasta donde permita la situación.

En casi todas las investigaciones educativas el investigador encuentra obstáculos para ejercer el grado de control que requieren los experimentos estrictos, por lo que se asume que algunas variables quedan sin controlar. Por tanto, existe la posibilidad de que la variación observada en la variable dependiente se debe más a la acción de tales variables que a la del factor manipulado. En tales situaciones se considera que la investigación tiene un carácter cuasiexperimental y suele emplearse en contextos educativos, donde no es viable alterar la estructura de grupos ya conformados, con lo que es difícil poder aleatorizar los sujetos e incluso los tratamientos.

Los diseños cuasiexperimentales más utilizados, son los que proponen Arnal et al., (1992) y se agrupan en tres categorías globales:

- Diseño de series temporales interrumpidas
- Diseño de sujeto único
- Diseño de grupos no equivalentes

El diseño de grupos no equivalentes es uno de los más difundidos en la investigación educativa. Comprende un grupo experimental y otro de control, ambos reciben un pretest al inicio del estudio y un posttest al finalizar éste, pero no poseen equivalencia de tratamiento experimental, pues éste no se

expone al grupo de control. Este diseño permite comparar la medida de la variable dependiente del grupo sometido a un nivel de la variable independiente con la medida obtenida por otro grupo que no ha recibido dicho nivel de la variable independiente. Si se utiliza un diseño pretest-postest puede estimarse la equivalencia de los grupos solo en la variable que se mida, pero no en las demás.

Se opta por esta vía metodológica cuando el investigador pretende analizar relaciones de causalidad y puede manipular la variable independiente, pero a diferencia de la metodología experimental, se ve obligado a partir de grupos ya formados de una manera natural, como pueden ser los grupos creados por la secretaría docente de un preuniversitario. Por tanto, conforme a los criterios de Arnal et al., (1992) y Campbell y Stanley (1995) en esta investigación el diseño cuasiexperimental responde al siguiente esquema:

$$G1: \underline{O_1 \quad X \quad O_2}$$

$$G2: O_3 \quad O_4$$

De acuerdo a la anterior representación gráfica en el diseño cuasiexperimental con pretest-postest y grupos intactos G1 y G2, se le aplica un pretest en cada grupo (O1 y O3) para medir el estado inicial de la variable dependiente (acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas); luego se aplica el tratamiento experimental (X) o variable independiente (la estrategia didáctica), solo al grupo experimental; y finalmente se aplica el postest a ambos grupos (O2 y O4). Tanto el pretest (diagnóstico) como el postest se utilizan para evaluar el resultado en cada una de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos estén o no incluidos en el tratamiento experimental.

Los grupos seleccionados en la muestra, pertenecen al onceno grado del IPU Martín Dihigo Llano del municipio Cienfuegos. El grupo Onceno 1 con matrícula de 37 estudiantes se le asigna el rol de grupo experimental. Compuesto por catorce varones y veintiuna hembras, de ellos, dos negros, seis mestizos y veintisiete blancos. Ocho son hijos de obreros calificados, diecisiete de profesionales y diez de técnicos medio. El grupo Onceno 2 con matrícula de 34 estudiantes se le asigna el rol de grupo de control. Compuesto por trece varones y veintiuna hembras, cuatro negros, seis mestizos y veinticuatro blancos. Diez son hijos de obreros calificados, diecisiete de profesionales y siete de técnicos medio.

Siendo consecuente con lo expresado por Hernández y Mendoza (2018), en cuanto a la validez interna y la objetividad de la investigación, es necesario establecer una equivalencia inicial (implica que los grupos son similares entre sí al momento de iniciarse el experimento), por el hecho de ser estos grupos diferentes. Por lo que analiza si existe homogeneidad entre ellos. Para determinar dicha homogeneidad, se escogen las variables que pueden causar determinados sesgos en la investigación y se demuestran

que son homogéneos los resultados del diagnóstico inicial (pretest) en ambos grupos seleccionados. Las variables identificadas son: interés por la asignatura Matemática y la motivación por la formulación de problemas.

En el caso de la primera, se considera el interés de los estudiantes por la Matemática, pues para muchos representa una asignatura difícil y no aprecian la aplicación de los contenidos que estudian en la vida práctica. La segunda, porque los docentes no promueven ni en las clases, ni en las diferentes formas de evaluar la formulación de problemas como una vía para el desarrollo de diferentes potencialidades, así como el estímulo de la flexibilidad mental, lo que provoca la desmotivación por parte de los estudiantes.

Para comprobar que son homogéneos los resultados tanto para el grupo experimental como para el de control al inicio de la fase experimental, se aplica la prueba no paramétrica U de Mann Whitney. Esta prueba se utiliza para probar la hipótesis nula de que dos muestras independientes pertenecen a la misma población, lo que en el contexto de esta investigación es que dichas muestras son homogéneas.

Las hipótesis a contrastar son:

H_0 : Los conglomerados son homogéneos. vs Los H_1 : conglomerados no son homogéneos.

Según los resultados de la prueba U de Mann Whitney, al ser procesadas las variables antes mencionadas, con el software SPSS en su versión 27, se obtienen los resultados que se muestran en las tablas 14 y 15.

Tabla 14 Resultados de la aplicación de la prueba no paramétrica U de Mann Whitney para las variables interés y motivación

Estadísticos de prueba^a

	Interés	Motivacion
U de Mann-Whitney	618,000	528,500
W de Wilcoxon	1321,000	1123,500
Z	-,131	-1,198
Sig. asintótica (bilateral)	,896	,231

a. Variable de agrupación:

Fuente: SPSS

Tabla 15 Resultados de la aplicación de la prueba no paramétrica U de Mann Whitney para las acciones de la habilidad formular problemas al inicio de la fase experimental

Estadísticos de prueba^a

	Identificar A	Generar A	Modelar A	Elaborar A	Resolver A	Revisar A	Reconstruir A
U de Mann-Whitney	625,000	605,000	612,500	607,500	618,000	518,000	555,000
W de Wilcoxon	1328,000	1308,000	1315,500	1310,500	1213,000	1221,000	1258,000
Z	-,050	-,321	-,237	-,333	-,158	-2,652	-2,133
Sig. asintótica (bilateral)	,960	,749	,813	,739	,874	,080	,193

a. Variable de agrupación: Grupos

Fuente: SPSS

Según los resultados de la tabla anterior y con un nivel de significación de 0,05 se puede concluir que no es posible rechazar la hipótesis nula para cada una de las variables implicadas. De esta forma se concluye que los conglomerados son homogéneos, demostrándose así la equivalencia inicial de los grupos que participan tanto para las dos variables analizadas como para las acciones y operaciones de la habilidad. Los resultados cuantitativos de estas últimas, que se obtienen a partir de la aplicación de una prueba pedagógica, se muestran en la etapa de diagnóstico (pretest) de la estrategia didáctica. En el siguiente acápite se expone la implementación de dicha estrategia didáctica y con ella los resultados de cada uno de estos grupos (experimental y control) antes y después de ser aplicada la misma.

3.2 Implementación de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos

Como se ha abordado en esta tesis, la estrategia didáctica que contiene las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario, se implementa en el IPU Martín Dihigo Llano enclavado en la comunidad de Punta Gorda del municipio Cienfuegos. La misma es diseñada por la autora, como continuación de sus tesis de Licenciatura y Maestría. Para la implementación de dicha estrategia se cuenta con el apoyo de los profesores de Matemática del preuniversitario antes mencionado y de manera particular con el profesor que imparte la docencia en los grupos seleccionados, quienes asumen como suya esta investigación por responder a una problemática

vigente en su práctica educativa. El dominio de los profesores sobre el diagnóstico de los grupos, la sistematización y organización de los contenidos a impartir, así como, la orientación de actividades previas a la formulación de los problemas, constituyen aspectos fundamentales para lograr el éxito en cada una de las etapas (diagnóstico, planeación, ejecución y evaluación) de la estrategia, cuyas particularidades, se exponen a continuación.

3.2.1 Etapa de diagnóstico

Teniendo en cuenta que con una estrategia se transforma un objeto desde su estado real hasta uno deseado, se parte de un diagnóstico, en que se pone de manifiesto una situación problemática para que, según los resultados, proyectar y ejecutar las acciones y las operaciones coherentes que permitan alcanzar el objetivo propuesto de forma paulatina. En esta etapa, se confeccionan y aplican una serie de instrumentos que permiten identificar las dificultades de los estudiantes que obstaculizan el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos. La discusión y el análisis de los resultados de la revisión de documentos, las observaciones a clases y las pruebas pedagógicas, permiten determinar el nivel de desarrollo de la habilidad en cada uno de los estudiantes que conforman la muestra.

Análisis de documentos

Se realiza una revisión exhaustiva a los programas de Matemática no solo del preuniversitario sino también a los de los demás subsistemas de Educación para comparar el abordaje de la formulación de problemas en cada uno de ellos. La guía para el análisis de los documentos mencionados se expone en el Anexo 15. En la aplicación de la guía, se evidencia que en todos se comporta de la misma forma, lo que por su puesto varía, es el nivel de complejidad en cada grado. De igual manera se analizan los programas y orientaciones metodológicas de las asignaturas Lengua Española, Español Literatura y Literatura y Lengua, así como el Programa Director de la lengua materna en el preuniversitario, para constatar cómo se aborda la habilidad construir textos, en cada uno de los niveles educativos.

Un aspecto a considerar es que en todos los programas se resalta la importancia que se le atribuye a la contextualización de los problemas que se trabajan en el aula o los que orienta el profesor a sus alumnos de manera general. Con relación a lo planteado es importante aclarar que, en el programa de Matemática y las orientaciones metodológicas, la formulación de problemas constituye un factor determinante en el tratamiento desde la asignatura de los nueve componentes educativos mencionados en el capítulo I.

Los análisis que se realizan al fin y los objetivos generales del preuniversitario, posibilitan llegar a la conclusión, de que solo es posible cumplir los mismos, en la medida que cada uno de los profesores es capaz de aportar elementos que contribuyen a la educación general integral de los estudiantes, al

desarrollo de capacidades mentales y a la adquisición de conocimientos, habilidades, hábitos, cualidades, convicciones y actitudes que son la base y parte esencial de la formación de los ideales humanistas de la sociedad. En ese caso, la formulación de problemas compone un eslabón fundamental para lograr lo planteado desde la disciplina Matemática.

Observaciones a clases

Se visitan cuatro clases de Matemática, dos en el grupo experimental y dos en el grupo control, teniendo en cuenta la guía de observación expuesta en el Anexo 14 antes mencionado. Para ello se concilia previamente con el profesor de ambos grupos la primera visita en la clase 5 y la segunda en la 10 correspondientes a la Unidad I, "Funciones numéricas, sus propiedades y operaciones". Dichas clases son escogidas a partir de las sugerencias hechas con respecto a la madurez de los contenidos y las potencialidades de estos para la formulación de problemas relacionados con la vida práctica. Se tiene en cuenta que en el plan temático del oncenno grado no existen clases destinadas a la resolución o formulación de problemas, por lo que se ajustan los contenidos y los temas, de manera que sea posible el desarrollo de estas habilidades en el grado.

En las clases visitadas, se incluyen como aspectos fundamentales tanto el proceder del profesor como el de los estudiantes. Con respecto al primero se consideran: el dominio del diagnóstico del grupo, los procedimientos para garantizar la base orientadora, así como la motivación de los estudiantes hacia la formulación de problemas matemáticos en la clase, la dosificación del tiempo y las medidas para crear las condiciones higiénicas y organizativas del proceso de enseñanza aprendizaje. Otros puntos medulares en la observación, se refieren a la utilización de variadas formas de trabajo con los estudiantes, que propician el intercambio, la disposición del tiempo suficiente para abordar cada una de las acciones y las operaciones y la orientación hacia las mismas.

En relación con el proceder de los estudiantes, la observación se centra en el proceder para: identificar las aplicaciones del contenido matemático, seleccionar un tema relacionado con dicho contenido, recopilar datos de interés sobre el tema identificado y aportar nuevas ideas a partir de su experiencia o conocimiento del tema, generar ideas e identificar datos y requerimientos, organizar las ideas y el planteo de la situación inicial, elaborar el plan previo e identificar los requerimientos, modelar matemáticamente la información, identificar figuras, tablas o esquemas según el contenido abordado, controlar si lo construido satisface las condiciones y si es posible transformar los esquemas para variar el nivel de complejidad, establecer los nexos entre los datos y el requerimiento, diseñar el plan de solución y la selección de las relaciones matemáticas entre los datos y el requerimiento, socializar lo escrito e

intercambiar ideas, resolver el problema formulado, revisar la redacción, reconstruir el texto, analizar los procedimientos realizados y buscar nuevas vías de solución.

Es necesario aclarar, que, con independencia de lo anterior, también se tienen en cuenta todos los procedimientos que se desarrollan en el aula y que, a consideración de la autora, constituyen un referente importante para enriquecer la estrategia didáctica. Un ejemplo de ello, es el control del profesor en cuanto a la decodificación, la fluidez, el vocabulario, la conexión de ideas y oraciones, la lectura, el ajuste al tema, la calidad de las ideas, así como el cumplimiento de las normas de presentación. Otro aspecto importante es la creación de condiciones necesarias para el tratamiento a los tipos de problemas que se abordan en el grado y la socialización de procedimientos que demuestran la flexibilidad en el trabajo. De manera general, se observa que no existe diferencias entre los estudiantes en cada uno de los grupos en cuanto a su proyección para formular problemas. Lo anterior, se pone de manifiesto en primer lugar, porque no dominan la aplicabilidad de los contenidos que estudian y tampoco los elementos que desde la lingüística les permiten relacionarlos hasta lograr formular el problema. Otro aspecto significativo es la poca motivación hacia la formulación de problemas por ambas partes (docentes y estudiantes), pues no constituye una prioridad en ninguna de las evaluaciones que se realizan en el nivel educativo.

Se distingue, la existencia de dificultades en la comprensión, la modelación matemática, la solución y la comprobación de los problemas. En ningún caso resulta suficiente con un turno de clases para lograr que los estudiantes formulen los problemas, por lo que la generación de ideas, la elaboración y autorrevisión de lo que se formula, así como la resolución del problema y su reconstrucción, resultan insuficientes en todos los casos.

Prueba pedagógica (pretest)

Al no existir evidencias de alguna evaluación en la que los estudiantes seleccionados se enfrenten a la formulación de un problema, la autora decide, con la colaboración de los profesores del grado, aplicar una prueba pedagógica (Anexo 16), con el objetivo de comprobar si los estudiantes son capaces de formular problemas a partir de una información dada por el profesor y así, tomar esos resultados de manera general como situación de partida para la implementación de la estrategia didáctica. Esta prueba consiste en proponer la formulación de un problema que conduce a la resolución de un sistema de dos ecuaciones con dos variables, de manera simultánea, tanto al grupo experimental como al grupo control. Para evaluar los resultados de esta prueba, la autora y el profesor de ambos grupos observan el desempeño de cada uno de los estudiantes con respecto a las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos valoradas por los expertos en el capítulo II.

En este caso no se tiene en cuenta la acción *Identificar las aplicaciones del contenido matemático* porque se decide evaluar la formulación de un problema por elaboración, a partir de una situación dada, teniendo en cuenta el criterio de Malaspina (2017) y también porque se destina para dicha evaluación un turno de clases. Se considera aprobado a los estudiantes cuando el problema es posible resolverlo de acuerdo a las condiciones orientadas.

Onceno 1 (Grupo EXPERIMENTAL)

En el examen propuesto, de 37 estudiantes, resultan aprobados 6, lo que representa un 19 % de promoción aproximadamente. Luego de tabular los resultados por acciones, se concluye que, en *Generar ideas para identificar datos y requerimientos*, el 43 %, de alguna manera logra identificar datos a partir de la información ofrecida, pero no elabora un plan previo ni identifica o formula preguntas teniendo en cuenta los requerimientos. En la acción *Modelar matemáticamente la información*, se aprecia que no son capaces de relacionar la información con figuras o esquemas que permiten ilustrar el contenido a abordar en el problema y solo el 30% intenta utilizar los procedimientos de Campistrous y Rizo (1996) aunque sin resultados satisfactorios porque no controlan si lo construido satisface las condiciones y no transforman los procedimientos con el fin de variar el nivel de complejidad.

En cuanto a *Elaborar la redacción*, solo el 17 % logra establecer algunos nexos entre los datos y los requerimientos, pero sin resultados satisfactorios en la conversión de las ideas en texto, no son capaces de elaborar un plan de solución y tampoco de establecer relaciones matemáticas entre dichos datos y requerimientos. En el caso de *Resolver el problema formulado*, se aprecia que, aunque el 11 % pone en práctica un plan de solución, este en ninguno de los casos guarda relación con el requerimiento que se plantea en la orientación, por lo que no es posible representarla. Como consecuencia de los resultados anteriores, el 100% de los estudiantes, no logra *Revisar la redacción* ni *Reconstruir el texto*. Según los niveles de desarrollo identificados en el epígrafe 2.1 se obtiene que 31 estudiantes se encuentran en un nivel *Bajo*, 6 en un nivel *Medio* y ningún estudiante logra alcanzar el nivel *Alto*.

Onceno 2 (Grupo CONTROL)

En este grupo se examinan, 34 estudiantes, resultan aprobados 4, lo que representa un 12 % de promoción aproximadamente. Luego de tabular los resultados por acciones, se concluye que, en *Generar ideas para identificar datos y requerimientos*, el 47 %, de alguna manera logra identificar datos a partir de la información ofrecida, pero no elabora un plan previo ni identifica o formula preguntas teniendo en cuenta los requerimientos. En la acción *Modelar matemáticamente la información*, se aprecia que no son capaces de relacionar la información con figuras o esquemas que permiten ilustrar

el contenido a abordar en el problema y solo el 29% intenta utilizar los procedimientos de Campistrous y Rizo (1996) aunque sin resultados satisfactorios porque no controlan si lo construido satisface las condiciones y no transforman los procedimientos con el fin de variar el nivel de complejidad.

En cuanto a *Elaborar la redacción*, solo el 21 % logra establecer algunos nexos entre los datos y los requerimientos, pero sin resultados satisfactorios en la conversión de las ideas en texto, no son capaces de elaborar un plan de solución y tampoco de establecer relaciones matemáticas entre dichos datos y requerimientos. En el caso de *Resolver el problema formulado*, se aprecia que, aunque el 12 % pone en práctica un plan de solución, este en ninguno de los casos guarda relación con el requerimiento que se plantea en la orientación, por lo que no es posible representarla. Como consecuencia de los resultados anteriores, el 100% de los estudiantes, no logra *Revisar la redacción* ni *Reconstruir el texto*. Con respecto a los niveles de desarrollo, 30 estudiantes se encuentran en un nivel *Bajo*, 4 en un nivel *Medio* y ningún estudiante logra alcanzar el nivel *Alto*.

Regularidades

El procesamiento de la información obtenida posibilita la confirmación de las falencias detectadas en el momento inicial de la investigación y se aprecian como regularidades las que se muestran a continuación:

1. La línea directriz formular y resolver problemas no se aborda en el aula como lo estipulan las normativas. Los profesores dedican las clases a la resolución de problemas, al final de cada unidad temática, haciendo énfasis solo en los que conducen al trabajo con sistemas de ecuaciones por ser los que se acostumbra a evaluar en los exámenes y no dedican especial atención a la formulación refiriendo que es una habilidad difícil de desarrollar en todos los estudiantes y además no es abordada en las evaluaciones.
2. Existe una tendencia a dirigir a los estudiantes hacia la temática que se desarrolla en el momento y no a relacionar la misma con otras ya estudiadas, además, la no preparación previa de los temas a tratar incide en los errores de redacción y en la carencia de las ideas.
3. En la mayoría de los casos lo que se propone es modificar problemas ya conocidos y no se potencia la creatividad en los estudiantes al proponer temas que respondan específicamente a sus intereses.
4. Los profesores “facilitan” demasiados impulsos, lo que hace que los estudiantes disminuyan su capacidad de descubrir relaciones para la redacción y la búsqueda de soluciones.

5. Los profesores no explotan al máximo los diferentes medios de comunicación actualizados para contextualizar los temas de los problemas que se pretenden trabajar en clases y solo se limitan a contar con los datos que brindan algunos de los problemas del libro de texto.
6. Los profesores limitan la formulación de los problemas solo al espacio de la clase, sin tener en cuenta que esto dificulta la profundización de los temas a tratar y con ello el aprendizaje de los estudiantes.
7. Entre los estudiantes se aprecia desmotivación, falta de confianza en sí mismos y creencias negativas como: no comprendo; no puedo hacerlo; soy incapaz de resolver un problema, peor es formularlo; la Matemática es muy difícil y para entenderla se necesitan aptitudes que yo no poseo. En la formulación de problemas hay que eliminar ideas como: si el problema no se parece a otro que yo he resuelto, no puedo redactarlo; si los datos no están expresados en números “bonitos”, mi solución está incorrecta; todo problema tiene que tener solución y si no lo logro redactar el problema en la clase ya no puedo hacerlo.
8. Persiste la falsa creencia que estudiar es hacer la tarea o resolver los ejercicios orientados para el estudio independiente, esto es solo parte del estudio de la teoría, la tarea debe realizarse como consecuencia de esta.
9. Deficiencias en la lectura y en consecuencia en la escritura. Esto ocasiona que no se capta con exactitud el mensaje que se pretende transmitir en el problema a redactar. El énfasis en la lectura, la correcta colocación de los signos de puntuación; la concentración y análisis de lo que se lee, son aspectos fundamentales para tener éxito en la asimilación del contenido del problema que se pretende formular y en su solución posterior.
10. Hábitos incorrectos del trabajo, entre ellos el impulso por la ejecución sin tener los elementos necesarios para ello.
11. Se constata de una manera u otra que los procesos de construcción oral y escrito continúan afectados, sobre todo en la dimensión textual, la suficiencia y calidad de las ideas.
12. La redacción y relación entre los elementos del problema es insuficiente.
13. Predominan incorrectos hábitos de lectura, así como uso inadecuado de los signos de puntuación y las palabras clave.
14. Los estudiantes en el mayor de los casos no son capaces de reconocer los diferentes tipos de problemas, lo que provoca errores en el camino para llegar a formular los mismos y esto, a su vez, dificulta la resolución.

15. Persisten estudiantes que al formular los problemas no logran establecer relaciones entre lo que proponen y lo que desean obtener.

16. En los sistemas de clases de los profesores de Matemática no se tienen en cuenta los procesos de comprensión, análisis y construcción de textos, pues solo abordan el componente ortográfico desde las clases, en las que resulta insuficiente el abordaje de las grandes habilidades comunicativas: escuchar, hablar, leer y escribir.

Se aprecia de manera general una tendencia a la desmotivación por la formulación de problemas, pues como no es un aspecto que se tiene en cuenta en las evaluaciones, ni los estudiantes ni los profesores le conceden la importancia que requiere. Lo anterior trae como consecuencia que los profesores no estimulan el desarrollo de esta habilidad y los estudiantes no se preparan con la calidad requerida. No hay sistematicidad en el establecimiento de relaciones entre los contenidos que se estudian en la escuela y la aplicación de estos en la vida práctica. La preparación científica y metodológica de los profesores para cumplir con los objetivos del programa de la asignatura en cada grado es adecuada, pero falta en las clases y en el resto de las formas de organización, aprovechar los espacios para desde la Matemática contribuir al tratamiento de los componentes educativos establecidos en los documentos normativos del nuevo perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación.

Otro aspecto derivado de los instrumentos aplicados es que, aunque los documentos normativos de cada uno de los niveles educativos han evolucionado en el tiempo, no se tiene en cuenta para la elaboración de los mismos los estudios de autores contemporáneos. Esto a su vez, provoca que los profesores, quienes tienen como referente principal dichos documentos actualizados, no se interesen por la búsqueda de resultados científicos e investigaciones nacionales e internacionales que muestran cómo se mueve en el mundo, el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos.

Los instrumentos aplicados en el diagnóstico de manera general permiten identificar que los estudiantes presentan indisposición en el momento de enfrentarse a una actividad de este tipo, existen dificultades con la lectura lo que provoca la incompreensión y el incorrecto análisis de la relación entre los elementos del problema. Se aprecia también que, en la mayoría de los casos los estudiantes no pueden resolver lo que ellos mismos son capaces de formular y en otros, la elaboración de las preguntas no está en correspondencia con la información ofrecida en los textos de los problemas. Como aspecto significativo, ningún estudiante examinado, alcanza la máxima puntuación en el examen.

A partir de las regularidades identificadas en los instrumentos aplicados, se puede constatar la necesidad de estudiantes y profesores de contar con acciones y operaciones para el nivel educativo preuniversitario

que potencie el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos. Estos análisis conducen a la decisión de revertir los resultados obtenidos para desarrollar la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario, lo que hace posible la planificación, ejecución y evaluación de la estrategia didáctica.

3.2.2 Etapa de planeación

En esta etapa se determinan los tipos de problemas que deben formular los estudiantes según los contenidos impartidos y se realizan análisis para determinar en qué medida estos pueden cumplimentar las acciones y las operaciones para resolver los tipos de problemas a formular. Estos procesos se planifican de manera organizada y teniendo en cuenta todos los factores que intervienen en el mismo, para así contribuir de manera efectiva al proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el nivel educativo.

Los núcleos temáticos

En el preuniversitario constituye una exigencia del PEA de la Matemática, considerar las potencialidades de los contenidos de cada núcleo temático, para la sistematización, mediante recursos didácticos y metodológicos que permiten atender problemáticas como: la comprensión matemática, el desarrollo de las habilidades y capacidades cognitivas, la integración y organización sistémica de los contenidos, el desarrollo de la regulación de la actuación y confianza de los estudiantes en sí mismos.

Siendo consecuente con estas exigencias, la asignatura brinda una respuesta a la necesidad que tienen los estudiantes en esta etapa de la formación de su personalidad, de dar un sentido real a su autodeterminación, para estructurar un proyecto de vida, a partir de valorar sus posibilidades de continuar estudios en la Educación Superior. En este sentido, la Matemática en el preuniversitario, gira en torno a los siete núcleos temáticos que se explican a continuación:

Núcleo temático Números: se abordan las operaciones y la representación gráfica de intervalos numéricos, así como las operaciones con números racionales, irracionales y reales, fundamentalmente en el trabajo con funciones y ecuaciones racionales y trascendentes. Este núcleo se relaciona con todos los restantes y debe contribuir al desarrollo de importantes formas de pensamiento matemático como el numérico, el algorítmico, el funcional, el combinatorio y el geométrico, además, se amplía en el duodécimo grado con el estudio de un nuevo dominio numérico: los números complejos.

Núcleo temático Magnitudes: se aborda el desarrollo de habilidades en el trabajo con magnitudes medidas con la utilización de unidades del Sistema Internacional de Unidades (SIU) y de uso cotidiano. En este caso se deben resolver y formular problemas matemáticos y extra matemáticos en los que se

utilicen las razones trigonométricas de ángulos cualesquiera en ambos sistemas de medidas de ángulos, se expresen longitudes de segmentos, perímetros y áreas de figuras planas y el volumen de cuerpos geométricos.

Núcleo temático Ecuaciones: se pone de manifiesto a partir de la Unidad II de décimo grado y en el oncenno está presente en las cinco unidades del plan temático. Se continúa el trabajo con la resolución de ecuaciones racionales, con una y dos variables, iniciadas en grados anteriores, a la vez que se estudian las ecuaciones e inecuaciones con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas con mayor grado de complejidad y concluye en el duodécimo grado, con el planteamiento del Teorema fundamental del álgebra, por lo que conocen que en el dominio de los números complejos toda ecuación algebraica de grado n tiene exactamente n raíces complejas y pueden hallar los ceros de un polinomio de grado n en este dominio.

Núcleo temático Funciones: se comienza sistematizando las funciones lineal y cuadrática y en el décimo grado se introducen la función modular y las potenciales. En oncenno se amplía con el tratamiento de las funciones potenciales de exponente fraccionario, las exponenciales, logarítmicas y trigonométricas; en duodécimo se estudian las sucesiones numéricas (funciones de dominio natural) que les permite a los estudiantes describir o interpretar fenómenos y procesos de la realidad y de otras asignaturas que se pueden modelar con el recurso de las funciones.

Núcleo temático Geometría y Trigonometría: está presente en los tres grados del preuniversitario. En oncenno grado se sistematizan y profundizan las propiedades de las figuras planas, áreas, perímetros y las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo estudiadas en décimo grado. Se continúa con el cálculo de las razones trigonométricas de ángulos cualesquiera y se amplían los conocimientos con el estudio del sistema circular de medida de ángulos, así como el estudio de la geometría analítica de la recta y de las secciones cónicas. En el duodécimo grado se estudia también la geometría del espacio y se aplica la trigonometría a la representación de los números complejos y en la realización de operaciones en este dominio numérico.

Núcleo temático Estadística descriptiva: se emprende en los grados décimo y duodécimo, en los que se formulan y resuelven problemas sobre el procesamiento de datos estadísticos y en el oncenno grado se relaciona con la aplicación de las funciones en la modelación de situaciones relacionadas con la práctica, que requieren de la utilización de tablas y la interpretación de gráficos.

Núcleo temático Pensamiento combinatorio y probabilístico: es un componente esencial de la formación matemática de los estudiantes, porque los prepara para resolver diferentes tareas que requieran técnicas

de conteo y de determinación de resultados posibles, asociados a experimentos aleatorios. Además, los entrena para tomar decisiones en situaciones de la realidad donde interviene el azar.

En el décimo y el oncenno grado se manifiesta de la misma manera que en niveles anteriores al ordenar conjuntos finitos, seleccionar elementos de estos atendiendo a determinadas condiciones, de igual modo, resolver problemas sencillos de conteo de naturaleza aritmética y geométrica. Pero no es hasta el duodécimo grado en que se aplica el principio de la multiplicación, los diagramas de Venn y las fórmulas para el cálculo del número de permutaciones, variaciones y combinaciones, en la formulación y resolución de problemas de conteo y la determinación de la probabilidad de sucesos.

Estos siete grandes núcleos temáticos, se ponen de manifiesto en cada uno de los contenidos incluidos en el currículo de la asignatura en el nivel, distribuidos por unidades de la siguiente manera: décimo grado dividido en cuatro unidades y un total de 150 horas clases, oncenno en cinco unidades con un total de 152 horas clases y en duodécimo grado 4 unidades con un total de 125 horas clases. Estos núcleos temáticos constituyen la base para la aplicación de la propuesta que se presenta en esta tesis, enfocada en el desarrollo de la habilidad formular problemas.

La formulación de problemas no solo en el preuniversitario, si no, en todos los grados de la Enseñanza General, contribuye de manera eficaz a identificar, crear y redactar problemas matemáticos, en forma colectiva o individual, a partir de una situación inicial identificada o creada por los docentes o estudiantes, y por supuesto, su resolución. En las diferentes fuentes estudiadas para esta investigación se le atribuye a la formulación de problemas matemáticos un lugar prominente en la formación de la personalidad de los estudiantes, por lo que el docente requiere estar preparado para organizar, ejecutar, dirigir y controlar su proceso de enseñanza aprendizaje.

La habilidad formular problemas matemáticos contribuye al desarrollo y ampliación del lenguaje oral y escrito, el impulso de operaciones mentales como el análisis, la síntesis, la abstracción, la comparación y la generalización, que favorecen el avance del pensamiento lógico, heurístico y creativo, así como la adquisición de conocimientos. Esta habilidad es posible desarrollarla en todas las unidades de los tres grados del preuniversitario, si se realiza una selección de los tipos de problemas que deben formular y resolver los estudiantes. A continuación, se muestra por grados lo planteado:

Décimo Grado

- Problemas aritméticos
- Problemas que conducen a ecuaciones lineales, cuadráticas, modulares, fraccionarias, ecuaciones con radicales, además de, sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticos.

- Problemas de aplicación de las funciones $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = x$, $y = |x|$, $y = x^3$, $y = \frac{1}{x}$
- Problemas de aplicación de la trigonometría, la geometría plana y la estereometría.

Onceno Grado

- Problemas que conducen a ecuaciones estudiadas en grados anteriores y se adjuntan los orientados a ecuaciones logarítmicas, exponenciales y trigonométricas
- Problemas de aplicación de las funciones, compuesta, inversa, exponencial, logarítmica y las trigonométricas.
- Problemas de aplicación de Geometría Analítica, Secciones Cónicas y curvas de segundo grado.

Duodécimo Grado

- Problemas de aplicación que requieran la transferencia y aplicación de los conceptos, relaciones y procedimientos estudiados en grados anteriores y los que se incorporan en el grado; variables reales y complejas, ecuaciones e inecuaciones algebraicas y trascendentes, funciones racionales e irracionales, geometría sintética y analítica, además de la trigonometría y sus aplicaciones, en los que se manifiesten la comprensión del sistema de relaciones con el mundo y de experiencias de la actividad creadora.
- Problemas de búsqueda y demostración de proposiciones matemáticas en los que se utilicen los recursos aritméticos, algebraicos, geométricos y trigonométricos, los que permiten la apropiación de métodos y procedimientos de trabajo de las ciencias.

Los docentes tienen en cuenta en esta etapa, las funciones didácticas que proponen Ballester et al., (2000) y que cumplen los problemas como caso particular de los ejercicios. Estas funciones son: la instructiva, la educativa, la desarrolladora y la de control. Estas funciones para su estudio se analizan separadas, pero dentro de la clase constituyen partes de un todo, o sea, son inherentes entre sí, ellas hacen posible que la habilidad formular problemas constituya una vía fundamental para realizar la enseñanza de la Matemática.

Uno de los pilares fundamentales del trabajo con los contenidos de la Matemática lo constituye la habilidad formular problemas, pero de manera tal que ellos no sirvan solo para la fijación (repasso, ejercitación, sistematización, profundización y aplicación) del saber y el poder matemático, sino también para adquirir nuevos conocimientos, de ahí la necesidad de vincular sus textos con situaciones de la práctica cotidiana y de la práctica en general. Como se expresa en el capítulo anterior, esto permite el

tratamiento de manera explícita de los nueve componentes educativos. Luego de la planeación diseñada, se prosigue a la ejecución de la estrategia didáctica como se describe a continuación.

3.2.3 Etapa de ejecución

La autora de la tesis considera que es la clase el marco por excelencia donde se deben poner en práctica las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos, pero no es preciso ceñirse solo a este momento del proceso, pues se dispone de otros espacios que cumplen con las condiciones óptimas para que se desarrolle a plenitud la habilidad en estudio. Lo anterior se fundamenta en que, a partir de la experiencia en la práctica educativa y los resultados de las observaciones a clases y encuestas, se aprecia, que no es suficiente el tiempo de la clase para que los estudiantes formulen problemas.

La etapa de ejecución en la estrategia didáctica, resulta la más compleja, sobre todo, porque es donde se ponen en práctica las acciones y las operaciones mencionadas anteriormente. Es necesario aclarar que los docentes pueden, durante la aplicación de la estrategia, solicitar asesoramiento de especialistas de las ramas a tratar en los problemas, profesores de otras asignaturas incluidos los de Literatura y Lengua, quienes pueden aportar elementos necesarios y suficientes para la correcta redacción de los textos de los problemas. A continuación, se muestra un ejemplo, que se puede utilizar en el octavo grado, teniendo en cuenta los tipos de problemas que se trabajan en el mismo. Se propone a los estudiantes del grupo experimental formular un problema por elaboración a partir de un requerimiento específico con énfasis matemático:

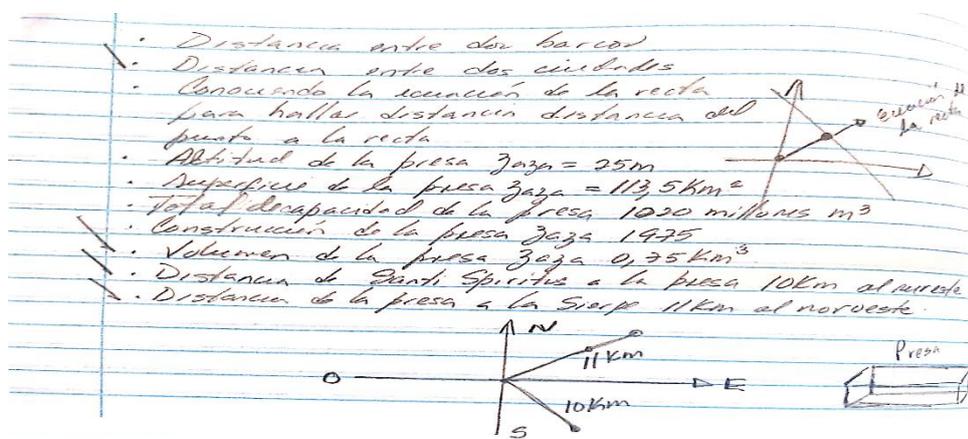
Según tus conocimientos sobre Geometría Analítica, formula un problema de la vida práctica que involucre la fórmula de distancia entre dos puntos y/o la ecuación cartesiana de la recta.

Específicamente para la unidad de Geometría Analítica, se propone a los estudiantes, la búsqueda de información sobre las aplicaciones en la vida diaria de este contenido, algo que responde a sus cuestionamientos sobre para qué sirve lo que estudian. Lo anterior se realiza a partir de la orientación del estudio independiente o de debates en el aula, intencionados por el profesor, en los que juegan un papel fundamental los dispositivos móviles con los que se cuenta. En dichos debates, se orienta a los estudiantes con respecto a las fuentes que deben utilizar para este fin y así evitar el facilismo de acudir a Google como una única opción.

Con respecto a la acción *Identificar las aplicaciones del contenido matemático*, el profesor sugiere la búsqueda de temas específicos o de manera general, aunque la autora considera que la primera opción permite mejor la orientación del estudiante hacia lo que debe hacer. Elegir el momento justo para estas

discusiones influye, no solo en la buena orientación, si no, también, en la motivación para seleccionar el tema, leer e investigar al respecto, así como, en la recopilación de datos interesantes. Estos momentos se disfrutan mucho por ambas partes, pues permite al profesor demostrar que la matemática no es solo una ciencia de símbolos y números y a los estudiantes los exhorta a percibir la significación práctica de lo que aprenden en la escuela. Entre las búsquedas que realizan los estudiantes identifican, las relacionadas con el trazado altimétrico de carreteras, vías férreas, canales, rampas, construcciones de diferentes tipos de edificaciones y barras deportivas como se muestra en la Figura 2.

Figura 2 Ejemplo del proceder de un estudiante para identificar las aplicaciones del contenido matemático



Fuente: Elaboración propia

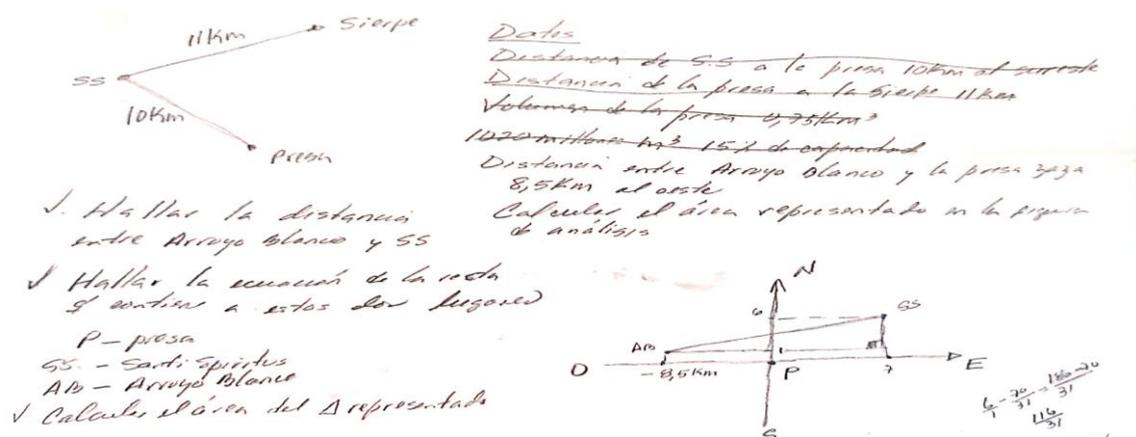
Para *Generar ideas para identificar datos y requerimientos* los estudiantes analizan las orientaciones del profesor relacionadas con la información recopilada para formular el problema. En el caso que considere que lo investigado no es suficiente, pueden aportar otras ideas, partiendo desde su experiencia personal o a partir de las experiencias de otras personas. Este análisis incluye seleccionar lo suficiente y necesario para el tipo de problema que pretenden formular, así como, la identificación de palabras claves y el uso de diccionarios si fuera necesario.

Para formular el problema y cumplir con el requerimiento dado por el profesor, los estudiantes deben tener dominio de los contenidos recibidos, de manera que puedan establecer las relaciones entre los elementos de la estructura externa del problema. También definen el dominio numérico a utilizar en el problema formulado y qué operaciones de cálculo es posible efectuar para llegar a la solución del problema según la incógnita a determinar. Otra cuestión que resulta de vital importancia es la elaboración de un plan previo que les permite resumir o seleccionar las ideas (deben quedar escritas),

lo que facilita la formulación del texto del problema. Esto lo realizan a través de figuras, tablas o esquemas y posteriormente deciden qué incógnitas pretenden determinar y las preguntas a formular.

En cuanto a la acción *Modelar matemáticamente la información* se percibe que la mayoría de los estudiantes prefiere representar gráficamente la información obtenida, ya sea para visualizar mejor lo que hasta el momento han pensado o para comprobar si lo construido satisface las condiciones y responde a la idea que se desea transmitir en el problema a formular. Esta acción constituye el prelude para *Elaborar la redacción*, porque una vez que se organiza la información en tablas, gráficos o esquemas, se facilitan los procesos que permiten establecer nexos entre los datos y la incógnita, así como, la conversión de dichos datos e ideas en el texto del problema que se pretende formular como se muestra en la Figura 3.

Figura 3 Ejemplo del proceder de un estudiante en las acciones *Generar ideas para identificar datos y requerimientos* y *Modelar matemáticamente la información*



Fuente: *Elaboración propia*

Para la elaboración de la redacción los estudiantes parten de las ideas escritas en la acción anterior, de manera que las utilizan para formular el problema atendiendo al tipo de texto que representa. Se aprecia que los estudiantes que logran aplicar los conocimientos léxicos, semánticos, morfosintácticos, de las normas y convenciones discursivas y ortográficas de puntuación adecuadas, son capaces de distribuir mejor en el texto del problema, las ideas escritas anteriormente, así como traducir del lenguaje común al lenguaje matemático. Al considerar la situación comunicativa, los estudiantes tienen en cuenta lo que verdaderamente quieren comunicar, a partir del tipo de texto que redactan, así como, la delimitación de oraciones y la relectura para comprobar si lo escrito se ajusta a la finalidad comunicativa asignada. Este momento es crucial para lograr una correcta formulación, pues además de lo descrito, los estudiantes diseñan el plan de solución. En el diseño de dicho plan la mayoría de los estudiantes

conciben las técnicas de modelación ofrecidas por Campistrous y Rizo (1996), pues son las que de manera general utilizan los profesores. Eso no impide que se apropien de otras, incluso de su elaboración propia. Durante la acción *Resolver el problema*, es importante señalar, que a todos les resulta complicado considerar las diferentes vías que los resolutores pueden utilizar. Este momento invita al diálogo y la reflexión entre todos los individuos que intervienen en el proceso, para poner en práctica el plan de solución y así mismo poder representar la misma. En esta acción, se consideran todas las vías posibles que se puedan utilizar para resolverlo, así como la correspondencia entre el resultado y los datos del problema. En la Figura 4 se ilustra el proceder de un estudiante durante este proceso.

Figura 4 Ejemplo del proceder de un estudiante para Elaborar la redacción y Resolver el problema formulado

① Un estudiante de topografía desea hallar la distancia entre dos lugares y se encuentra con la siguiente situación problemática:

El poblado de Arroyo Blanco y la ciudad de Sancti Spiritus se encuentran ubicados de la presa Jajá 8,5 km al oeste y 1 km al norte; y 7 km al este y 6 km al norte respectivamente

a) Calcule la distancia entre Arroyo Blanco (AB) y Sancti Spiritus (S.S)
 b) Halle la ecuación de la recta que contiene a estos dos lugares (AB y SS)
 c) ~~Calcule el área del triángulo formado en su modelación~~

AB(-8,5; 1) a) $d(A, S) = \sqrt{(-8,5-7)^2 + (1-6)^2}$
 SS(7; 6) = $\sqrt{(-15,5)^2 + (-5)^2}$
 = $\sqrt{240,25 + 25}$
 = $\sqrt{260,25} = 16,2 \text{ km}$

b) $m = \frac{6-1}{7+8,5} = \frac{5}{15,5} = \frac{1}{3,1} = \frac{10}{31}$
 $6 = \frac{10}{31} \cdot 7 + n \Rightarrow n = \frac{116}{31}$
 $6 = \frac{70}{31} + n$
 $6 - \frac{70}{31} = n$ $y = \frac{10}{31}x + \frac{116}{31} \quad | \cdot 31$
 $31y = 10x + 116$

Fuente: Elaboración propia

Para comprobar si son correctos los resultados, los estudiantes ejecutan la acción *Revisar la redacción*, en la que determinan si lo redactado se ajusta estructuralmente al tipo de texto que responde un problema matemático. Se reflexiona sobre el contenido del texto redactado, el ajuste al tema, la calidad y suficiencia de las ideas, así como el uso de conectores textuales que permiten una mejor comprensión por parte del resolutor. En este caso, se percibe, que estas dos últimas acciones consumen más tiempo por el nivel de consultas e intercambios entre los actores del proceso. Otro aspecto importante es que en esta acción los estudiantes reajustan el problema para obtener el resultado deseado, lo que conduce necesariamente a *Reconstruir el texto* formulado.

Para la reconstrucción del texto del problema formulado, los estudiantes analizan los posibles errores de contenidos, a través de las consultas a la literatura, a los profesores o a sus propios compañeros. Tienen en cuenta, además, la omisión de palabras y expresiones irrelevantes, la sustitución por sinónimos, la permuta del orden de elementos y estructuras, así como, el ajuste de lo escrito a las normas de presentación. Se reanalizan, además, si los resultados obtenidos están en correspondencia con los datos del texto y posteriormente si son correctos. De igual manera, se observa, que no varían los procedimientos y métodos utilizados en la solución de los problemas, pero a medida que se sistematizan las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad en los estudiantes que conforman la muestra se observa un ligero incremento en este sentido. En la Figura 5 se aprecia el proceder de un estudiante en la revisión y reconstrucción del texto del problema matemático formulado.

Figura 5 Ejemplo del proceder de un estudiante para Revisar la redacción y Reconstruir el texto

Un estudiante de Topografía que necesita calcular la distancia entre el pueblo de Arroyo Blanco y Sancti Spiritus cuenta con la siguiente información

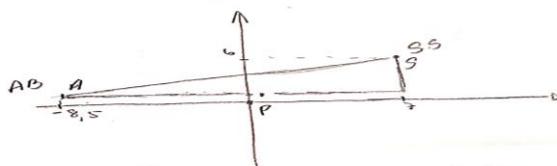
- La presa Zaza se encuentra a 8,5 Km al oeste y 1 Km al norte de Arroyo Blanco
- La presa Zaza se encuentra a 7 Km al este y 6 Km al norte de la ciudad de Sancti Spiritus

Utilizando la rosa náutica como medio auxiliar:

- Calcule la distancia entre Arroyo Blanco y Sancti Spiritus.
- Halle la ecuación cartesiana de la recta que contiene a estos dos lugares

$$10x - 31y + 116 = 0$$

Una solución 2 para el inciso a



Utilizando Teorema de Pitágoras

$$(AS)^2 = (15,5)^2 + (6)^2$$

$$(AS)^2 = 240,25 + 36$$

$$AS = \sqrt{276,25}$$

$$AS = 16,62 \text{ Km}$$

Fuente: Elaboración propia

En esta etapa de ejecución de la estrategia didáctica se aprecia que mientras más se sistematizan las acciones y las operaciones, se obtienen mejores resultados en los estudiantes en cuanto a la búsqueda de otras vías de solución para los problemas que formulan y en las maneras de perfeccionar la redacción de los mismos para lograrlo. También se percibe una madurez significativa en la elaboración de las

preguntas de cada uno de los problemas formulados. Dichas acciones y operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos se abordan de igual manera en los restantes grados.

3.2.4 Etapa de evaluación

El control concebido en esta estrategia didáctica, es el elemento estructural que influye en todo el proceso de desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos. Permite hacer valoraciones cualitativas y cuantitativas de los cambios que ocurrieron en el aprendizaje de los estudiantes, así como el rediseño de acciones transformadoras. Entre las características de esta etapa está la de mantener un control y evaluación de cada una de las acciones y operaciones realizadas por los estudiantes, evidenciándose en su participación en clases, en los resultados obtenidos por cada uno de los estudiantes en posición de resolutor, así como sus resultados en preguntas escritas, trabajos de controles y pruebas finales.

El control no fue eximido en ninguna de las etapas, pues se puso de manifiesto desde el diagnóstico, donde se identificaron los problemas existentes en el momento inicial, durante el diseño y luego en la implementación permitiendo retroalimentar el proceso y viabilizar las acciones de la estrategia de acuerdo con su nivel de flexibilidad. Por lo tanto, se tiene en cuenta para obtener toda la información sobre la pertinencia de la estrategia didáctica, teniendo en cuenta la interrelación de sus etapas y su concepción teórica; para lo cual se utiliza el método Delphi y también, para analizar los resultados de los estudiantes, sobre el nivel de desarrollo alcanzado en la habilidad antes y después de la aplicación de la estrategia con las pruebas pedagógicas. Dichos resultados se muestran en el siguiente acápite.

3.3 Análisis y discusión de los resultados de las pruebas pedagógicas aplicadas a los estudiantes

Se aplican dos pruebas pedagógicas a cada uno de los grupos, una en la etapa de diagnóstico de la estrategia y la otra al finalizar esta. La primera, con el objetivo de conocer el estado inicial de la habilidad y determinar si ante el planteamiento de una situación, los estudiantes pueden formular un problema. Los resultados de esta prueba inicial se muestran en la etapa de diagnóstico de la estrategia y también se utilizan para demostrar la homogeneidad de los grupos experimental y control en el epígrafe 3.1.

El segundo examen, expuesto en el Anexo 17 se realiza en la etapa de evaluación de la estrategia para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos. A dicha evaluación se someten ambos grupos, a pesar de que solo al grupo experimental es al que se le aplica la estrategia, con el objetivo de verificar el avance del proceso de desarrollo de dicha habilidad y corroborar la aplicación adecuada de las acciones y las operaciones propuestas. Para comprobar los efectos de la estrategia didáctica se

aplica una vez más la prueba no paramétrica U de Mann Whitney, para comparar los resultados de los postest de cada uno de los grupos incluidos en esta muestra, como se refleja en la Tabla 16.

Las hipótesis a contrastar son:

H_0 : Los conglomerados son homogéneos. vs H_1 : Los conglomerados no son homogéneos.

Tabla 16 Prueba de Mann-Whitney para comparar los resultados del postest en los grupos Experimental y Control

	Identificar_ D	Generar_ _D	Modelar_ D	Elaborar_ D	Resolver_ D	Revisar_ D	Reconstruir_ _D
U de Mann-Whitney	223,500	140,500	107,000	147,000	152,000	125,500	125,500
W de Wilcoxon	818,500	735,500	702,000	742,000	747,000	720,500	720,500
Z	-4,925	-5,957	-6,302	-5,834	-5,810	-6,252	-6,252
Sig. asintótica (bilateral)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000

a. Variable de agrupación: Grupos

Fuente: Elaboración propia

Según lo que se aprecia en la Tabla 16, la significación asintótica para cada una de las variables es menor que el nivel de significación prefijado por lo que se acepta la hipótesis alternativa, demostrándose que los conglomerados no son homogéneos. De esta forma, es posible afirmar que los resultados del postest del grupo experimental son diferentes en cuanto al desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos, con respecto al postest del grupo control, al que no se le aplica la estrategia didáctica.

Luego de demostrar que con la aplicación de la estrategia se transforman las condiciones iniciales del grupo Experimental, se necesita corroborar que los resultados obtenidos en el postest son superiores en este grupo con respecto al grupo Control. Para ello se utiliza la prueba no paramétrica de rangos con signos de Wilcoxon, que permite comparar el antes y el después del grupo experimental y el grupo control. La prueba de Wilcoxon es un procedimiento no paramétrico que se utiliza cuando se comparan dos muestras pareadas y una variable medida al menos en escala ordinal para valorar la magnitud de la diferencia de los valores entre los miembros del par y los pesos de las diferencias, siendo mayor para las diferencias mayores.

En las investigaciones pedagógicas esta prueba es de mucha utilidad, ya que el investigador puede saber cuál de los dos miembros de un par es mayor. Analiza los resultados, o puntajes obtenidos en un tratamiento y en el otro y como las muestras son pareadas, se hallan las diferencias entre uno y el otro, las ordena sin tener en cuenta los signos y se clasifican desde uno (1), para la menor, dos (2) para la

siguiente y así sucesivamente y se le añade a cada rango el signo de la diferencia correspondiente. Se parte de que las sumas de rangos positivos y negativos deben ser iguales para considerar que no hay diferencia entre los tratamientos planteados en H_0 . Pero si la suma de los rangos positivos es muy diferente a la de los rangos negativos, se deduce que el tratamiento A difiere del tratamiento B, y de este modo se rechaza H_0 .

Los resultados de la prueba no paramétrica de Wilcoxon correspondientes al grupo experimental y al grupo control se muestran en las Tablas 17 y 18 respectivamente y ambas se resumen a continuación planteándose las siguientes hipótesis:

Grupo experimental

H_0 : Los resultados de los estudiantes son iguales antes y después de aplicada la estrategia en el grupo experimental.

H_1 : Los resultados de los estudiantes son mejores después de aplicada la estrategia en el grupo experimental.

Tabla 17 Prueba de Wilcoxon de los rangos con signo para el grupo experimental

	Identificar DE Identificar AE	Generar DE Generar AE	Modelar DE Modelar AE	Elaborar DE Elaborar AE	Resolver DE Resolver AE	Revisar DE Revisar AE	Reconstruir DE Reconstruir AE
Z	-4,761 ^b	-5,143 ^b	-5,402 ^b	-5,045 ^b	-5,234 ^b	-5,142 ^b	-5,142 ^b
Sig. asintótico a (bilateral)	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000

a. Prueba de Wilcoxon de los rangos con signo

b. Se basa en rangos negativos.

Fuente: SPSS

Del resultado ofrecido en la Tabla 17, se infiere que los estudiantes muestran resultados superiores en las acciones de la habilidad formular problemas matemáticos al final que antes de la aplicación de la estrategia didáctica, pues el nivel de significación obtenido es 0,000 (es menor que el que ha sido prefijado), aceptándose de esta forma la hipótesis alternativa.

Grupo Control

H_0 : No hay diferencias significativas entre los resultados de los estudiantes antes y después de aplicada la estrategia en el grupo control.

H_1 : Hay diferencias significativas en los resultados de los estudiantes antes y después de aplicada la estrategia en el grupo Control

Tabla 18 Prueba de Wilcoxon de los rangos con signo para el grupo Control

	Identificar _DC - Identificar _AC	Generar_D C - Generar_A C	Modelar _DC - Modelar _AC	Elaborar_ DC - Elaborar_ AC	Resolver _DC - Resolver _AC	Revisar _DC - Revisar _AC	Reconstruir _DC - Reconstruir _AC
Z	-1,000 ^b	-1,342 ^b	-1,000 ^b	-1,342 ^b	-1,134 ^c	-,302 ^c	-1,000 ^b
Sig. asintótica (bilateral)	,317	,180	,317	,180	,257	,763	,317

- a. Prueba de Wilcoxon de los rangos con signo
- b. Se basa en rangos negativos.
- c. Se basa en rangos positivos.

Fuente: SPSS

Luego de analizar los resultados del antes y el después en la Tabla 18 del grupo control, se observa que no hay diferencias significativas en los resultados de los estudiantes en las acciones de la habilidad formular problemas matemáticos, por lo que se asume la hipótesis nula. Los resultados del postest de ambos grupos, por acciones, se exponen a continuación:

Grupo Experimental

Los resultados de esta prueba pedagógica demuestran la efectividad de la estrategia didáctica, al mostrar, luego de la sistematización de las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos, significativos avances en los estudiantes del grupo experimental, con respecto al grupo control. En este grupo experimental resultaron aprobados 32 estudiantes, lo que representa un 86,4 % de promoción.

De la misma manera que en el pretest, en la evaluación del postest, también se tiene en cuenta el análisis de los resultados en función de cada una de las acciones. Relacionado con *Generar ideas para identificar datos y requerimientos*, se percibe un incremento considerable (98 %) en la organización de las mismas, el planteo de la situación inicial, así como, la elaboración de planes previos y la formulación de preguntas, aunque no en todos los casos los estudiantes elaboran más de una. En la acción *Modelar matemáticamente la información*, se alcanza un mayor porcentaje (98%) en cuanto a la representación de la información partiendo de figuras, tablas o esquemas relacionados con el contenido matemático

que se aborda en el problema y de ellos, el 26% es capaz de transformar sus esquemas y así variar los niveles de complejidad, aspecto no logrado en el pretest.

Relacionado con *Elaborar la redacción* un 92% de los estudiantes logra convertir los datos e ideas en texto, diseñar un plan de solución, así como, seleccionar los conceptos y las relaciones matemáticas entre los datos y el requerimiento para resolver el problema, aunque solo un 19% es capaz de socializar lo escrito e intercambiar ideas, demostrando así un incremento de sus habilidades comunicativas utilizando el lenguaje matemático. En cuanto a la acción *Resolver el problema formulado*, el 86% de los estudiantes logra resolver lo que formula, aunque de ellos, solo el 24% es capaz de representar la solución a partir de lo formulado. Se aprecia que, en *Revisar la redacción y Reconstruir el texto*, el 89% de los estudiantes muestran significativos avances en cuanto a la valoración del problema redactado y el análisis de los procedimientos para su solución, de ellos, el 22% es capaz de reelaborar los problemas para obtener otros y además, encontrar otras vías de solución.

Grupo Control

Para este momento en este grupo se examinan, 34 estudiantes, resultan aprobados 6, lo que representa un 9 % de promoción aproximadamente. Luego de tabular los resultados por acciones, se concluye que, en *Generar ideas para identificar datos y requerimientos*, el 49 %, de alguna manera logra identificar datos a partir de la información ofrecida, pero no elabora un plan previo ni identifica o formula preguntas teniendo en cuenta los requerimientos. En *Modelar matemáticamente la información*, no son capaces de relacionar la información con figuras o esquemas que permiten ilustrar el contenido a abordar en el problema y solo el 32% intenta utilizar los procedimientos de Campistrous y Rizo (1996), aunque sin resultados satisfactorios porque no controlan, si lo construido satisface las condiciones y no transforman los procedimientos con el fin de variar el nivel de complejidad.

En cuanto a *Elaborar la redacción*, solo el 41% logra establecer algunos nexos entre los datos y los requerimientos, pero sin resultados satisfactorios en la conversión de las ideas en texto, no son capaces de elaborar un plan de solución y tampoco de establecer relaciones matemáticas entre dichos datos y requerimientos. En el caso de *Resolver el problema formulado*, se aprecia que, aunque el 43% pone en práctica un plan de solución, este, en ninguno de los casos guarda relación con el requerimiento que se plantea en la orientación, por lo que no es posible representarla. Como consecuencia de los resultados anteriores, el 100% de los estudiantes, no logra *Revisar la redacción* ni *Reconstruir el texto*.

Con respecto a los niveles de desarrollo en el grupo Experimental 8 estudiantes se encuentran en el nivel *Alto*, 24 en el nivel *Medio* y 5 en el nivel *Bajo*. Para el grupo Control se aprecia que ningún estudiante

alcanza el nivel *Alto*, 6 y 28 alcanzan el nivel *Medio* y *Bajo* respectivamente. Se puede concluir entonces que antes de aplicar la estrategia didáctica no existen diferencias significativas entre los estudiantes del grupo experimental y los del grupo control. Mientras que después de aplicada la estrategia didáctica en el grupo experimental, resulta que las diferencias son significativas con respecto al grupo control, por lo que según esta prueba la estrategia cumple globalmente el propósito para el cual es concebida.

Conclusiones del Capítulo

Con la identificación de los grupos experimental y control, es posible determinar que son homogéneos en cuanto al desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos, antes de la implementación de la estrategia didáctica.

La puesta en práctica de las etapas de la estrategia didáctica que contiene las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos permite el desarrollo de dicha habilidad en los estudiantes del nivel educativo preuniversitario.

Las pruebas pedagógicas aplicadas a los estudiantes constituyen una fuente valiosa de información en el proceso de investigación, pues se constata estadísticamente que hay diferencias significativas que marcan un avance en el grupo experimental con respecto al grupo control, en lo que se refiere al desarrollo de la habilidad al inicio y al final de la aplicación de la estrategia didáctica implementada en esta investigación.

CONCLUSIONES

La determinación y el análisis de los fundamentos teóricos que sustentan la formación y desarrollo de habilidades, en particular de la habilidad formular problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, permitieron evidenciar la diversidad de estudios en Cuba y el resto del mundo en los que se aborda esta temática, aunque de manera aislada en el preuniversitario. Además, dichos referentes teóricos condujeron a la identificación del modo de obtención de las acciones y las operaciones para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en este nivel educativo. La identificación del estado inicial de la habilidad formular problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática del preuniversitario, permitió conocer las limitaciones de los estudiantes con respecto a dicha habilidad, lo que justificó la necesidad de obtener las acciones y las operaciones que permiten el desarrollo de la misma en este nivel educativo.

La obtención por analogía con el sistema operacional de la construcción de textos, de las acciones para formular problemas matemáticos, fue posible debido a la estrecha relación existente entre ambas. Su perfeccionamiento a partir de las cuatro etapas del procedimiento teórico experimental, condujo a la presentación de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario.

La versión final de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario estuvo precedida por la valoración de los profesores considerados como expertos, quienes a partir de tres rondas de preguntas emitieron sus juicios y consideraciones con el fin de perfeccionar la propuesta elaborada hasta lograr el modelo deseado.

Las acciones y las operaciones, se insertaron en una estrategia didáctica que como resultado científico fue obtenida en esta investigación. La misma se fundamenta desde la filosofía, la psicología, la pedagogía y la didáctica. Dichos fundamentos, el conjunto de etapas y actividades que ella contiene, así como las sugerencias metodológicas para su implementación en la práctica, fueron valorados por los expertos a partir de dos rondas de preguntas. Lo anterior condujo a la presentación de la versión final de la estrategia didáctica que contiene las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos.

La puesta en práctica de la estrategia didáctica que contiene las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos, favoreció el desarrollo de dicha habilidad en los estudiantes de preuniversitario; lo que se evidencia a partir de los resultados superiores del postest del grupo experimental con respecto al grupo control después de aplicada la estrategia, por lo que la misma, según esta prueba, cumple globalmente el propósito para la cual es concebida.

RECOMENDACIONES

La autora de esta investigación recomienda:

Continuar la implementación de la estrategia didáctica que se ofrece en esta investigación, en todos los grados del nivel educativo preuniversitario.

Continuar profundizando en el estudio teórico del tema, de modo que puedan surgir nuevas investigaciones referidas a temas como:

- La formación de la habilidad formular problemas matemáticos en el nivel educativo primera infancia.
- El establecimiento de indicadores en los distintos niveles de desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos.

Socializar el contenido de esta tesis en otras escuelas, incluso municipios o provincias y que pueda servir de referencia para el abordaje de la línea directriz formular y resolver problemas, no solo en el preuniversitario, si no, en los restantes niveles educativos

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Acosta Santana., D. A. (2015). *Clase introductoria de Geometría Analítica*. Santiago de Cuba
2. Albarrán, J. (2005). *Las formas de trabajo heurístico en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática escolar*. En Albarrán, J., Suárez, C., González, D., Bernabeu, M., Villegas, E., Rodríguez, E., Ledesma, D. (coords.), *Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria* (pp. 1 –56). Pueblo y Educación.
3. Álvarez de Zayas, C. M. (1999). *La escuela en la vida*. Pueblo y Educación.
4. Álvarez Pérez, M., Almeida Carazo, B., & Villegas Jiménez, E. (2014). *El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática. Documentos metodológicos*. Pueblo y Educación.
5. Andúgar Soto, A. & Cortina Pérez, B. (2020). Los expertos como agentes empoderados en investigación educativa. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*. 3 (14) <http://www.dilemascontemporaneoseduccionpoliticayvalores.com/>
6. Apari, B., Özgen, K., & Zengin, Y. (2022). Developing students' problem posing skills with dynamic geometry software and active learning framework. *Turkish Journal of Education*, 11(2), 93-125. <https://doi.org/10.19128/turje.880173>
7. Arias Fidias, G. (2019). Citación de fuentes documentales y escogencia de informantes: un estudio cualitativo de las razones expuestas por investigadores venezolanos. *E-Ciencias de la Información*, 9(1), 20-43. <https://dx.doi.org/10.15517/eci.v1i1.32224>
8. Arnal Agustín, J., del Rincón Igea, D., & Latorre Beltrán, A. (1992). *Investigación educativa. Fundamentos y metodología*. Labor Universitaria.
9. Aydogdu Iskenderoglu, T. (2018). Fraction multiplication and division word problems posed by different years of pre-service elementary Mathematics teachers. *European Journal of Educational Research*, 7(2), 373-385. doi: [10.12973/eujer.7.2.373](https://doi.org/10.12973/eujer.7.2.373)
10. Ayllón, M., Gómez, I., G., & Ballesta-Claver, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. 4(1), 169-218. <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016>
11. Bagué Luna, Y. M (2016). *La habilidad resolver problemas matemáticos con un enfoque hacia la profesión militar*. (Tesis de maestría) Universidad de Cienfuegos Carlos Rafael Rodríguez
12. Bagué Luna, Y. & Morales Díaz, Y. (2024). Las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas: una alternativa para su obtención. *Varona*, (79). Recuperado a partir de <http://revistas.ucpejv.edu.cu/index.php/tVar/article/view/2417>
13. Ballester Pedroso, S., Santana de Armas, H., Hernández Montes de Oca, S., Cruz, I., Arango González, C., García García, M., Álvarez Gómez, A., Rodríguez, M., Batista, L. C., Villegas

- Jiménez, E., Almeida Carazo, B. & Torres Fernández, P. (2000). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo I*. Pueblo y Educación.
14. Ballester Pedroso, S. (2002). *El transcurso de la Línea Directriz: Planteo, formulación y resolución de problemas. Tomado de El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza*. Pueblo y Educación.
 15. Barrios Gárciga, O. y Diez Fumero, T. (2018). Estrategias: una sistematización de definiciones en el campo educacional. Varona. *Revista Científico-Metodológica*, Edición Especial.
 16. Baumanns, L., & Rott, B. (2020). *Rethinking problemposing situations: A review. Investigations in Mathematics Learning*. <https://doi.org/10.1080/19477503.2020.1841501>
 17. Benítez Hernández, I. P., Rojas Angel Bello, R. & Rodríguez Rodríguez, L.E. (2021). Metodología para desarrollar la habilidad formular problemas de Física en el Técnico Medio en Informática. *Opuntia Brava*, 13(2).
 18. Benítez Hernández, I. P., Rojas Angel Bello, R. T. & Estrada Nava, R.D. (2022). La habilidad formular problemas de Física en el Técnico Medio en Informática. Teoría y operacionalización. *Revista Conrado*, 18(88), 466-475.
 19. Bernardo, A. B. I. (2001). Analogical problem construction and transfer in mathematical problem solving. *Educational Psychology*, 21(2), 137-150. doi: 10.1080/01443410020043841
 20. Blandón Dávila, M. E. (2017). *Propuesta metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la unidad de Álgebra en la asignatura de Matemática General en la Facultad Regional Multidisciplinaria FAREM-Estelí, UNAN-Managua*. (Tesis doctoral). Universidad Nacional Autónoma De Nicaragua.
 21. Borot Peraza, E., Fierro Chong, B.M. & García Caballero, A.M. (2012). El proceso de construcción textual desde el enfoque cognitivo, comunicativo y sociocultural en la formación inicial en las Universidades de Ciencias Pedagógicas. *Atenas*, 3(19).
 22. Bravo Estévez, M. L. (2002). *Una estrategia didáctica para la enseñanza de las demostraciones geométrica*. (Tesis Doctoral). Universidad de Oviedo.
 23. Brito Fernández, H., & González Maura, V. (1987). *Psicología general para los Institutos Superiores Pedagógicos. (Primera parte)*. Pueblo y Educación.
 24. Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005). *The Art of Problem Posing*. Erlbaum
 25. Brugman, G. M. (1991). Problem finding: discovering and formulating problems. *European journal of high abilities*, 2(2), 212-227.
 26. Bruzón Grave de Peralta, I. (2018). La construcción de textos escritos en Cuba. *Opuntia Brava*, 5(4), 1-8 <https://opuntiabrava.ult.cu/index.php/opuntiabrava/article/view/394>

27. Burçin, B. (2005). *The effect of instruction with problem posing on tenth grade students' probability achievement and attitudes toward probability*. (Tesis doctoral). Universidad de Ankara, Turquía,
28. Cai, J., & Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: Conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105(3), 287-301. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10008-x>
29. Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang S., Hu, Y., Zhang, L., & Song, N. (2020). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*, 102, <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.02.004>
30. Cai, J., & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, 102. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001>
31. Cai, J. & Hwang, S. (2022). Seeing Algebra in Arithmetic Through Mathematical Problem Posing. *JERM* 2022, 32(3), 309-329. <https://doi.org/10.29275/jerm.2022.32.3.309>
32. Cai, J., & Mamlok-Naaman, R. (2020). Posing researchable questions in mathematics and science education: Purposefully questioning the questions for investigation. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 1-7. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10079-5>
33. Çakır, A., & Akkoc, H. (2020). Examining socio-mathematical norms related to problem posing: A case of gifted and talented mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 105(1),19–34.
34. Caligaris, M.G. & Rodríguez, G. (2019). Desarrollo de habilidades matemáticas durante la resolución numérica de problemas de valor inicial usando recursos tecnológicos. *Revista Educación en ingeniería*, 14(27), 30-40. <https://doi.org/10.26507/rei.v14n27.928>
35. Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (1995). *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*. Amorrortu editores.
36. Campistrous Pérez, L. & Rizo Cabrera, C. (1996). La resolución de problemas en la escuela. Conferencia paralela dictada en la I CEMACYC. (Conferencia). Santo Domingo, República Dominicana. <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/18927/19040>
37. Campistrous Pérez, L. & Rizo Cabrera, C. (2013). *La resolución de problemas en la escuela*. Centro de Investigación en Matemática Educativa. Modalidad Mini Curso. Universidad Autónoma de Guerrero. México.

38. Castro Martínez, E., (2011). *La invención de problemas y sus ámbitos de investigación*. En J. L. Lupiañez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de la matemática y educación matemática*. Universidad de Granada.
39. Ceballos Mielles, O. (2016). Las habilidades comunicativas, una necesidad formativa del profesional del siglo XXI. *Yachana*, 5(1), 130-137.
40. CEPAL (Comisión Económica para América Latina y el Caribe) (2016), *Horizontes 2030: la igualdad en el centro del desarrollo sostenible (LC/G.2660(SES.36/3))*, Santiago. Disponible a través de: <http://repositorio.cepal.org/handle/11362/40159>
41. Cerezal Mezquita, J. y Fiallo Rodríguez, J. (2004). *¿Cómo investigar en pedagogía?*. Pueblo y Educación.
42. Chile, J. P. y Oruro, J. C. (2019). *Efectividad del Software Educativo Geogebra en la resolución de problemas de sólidos geométricos en estudiantes de primer grado de secundaria de la I.E. Las Flores Distrito de Cerro Colorado-2018*. <https://core.ac.uk/download/pdf/233005932.pdf>
43. Chen, T., & Cai, J. (2020). An elementary mathematics teacher learning to teach using problem posing: A case of the distributive property of multiplication over addition. *International Journal of Educational Research*, 102, 10142
44. Cortés Cortés, M. (2011). *Modelación matemática aplicada (Primera edición ed.)*. Pedagógica Freire.
45. Codes M. , Martín, J.P. y Pérez, R. (2020). Formulación de problemas en un aula de educación infantil: un reto desde la resolución de problemas. *Revista APEDUC*, 01(01),87-99
46. Crespo Borges, T. (2006). *Respuesta a 16 preguntas sobre el empleo del criterio de expertos en la investigación educativa*. Documento de Microsoft Word. Santa Clara
47. Cruz Ramírez, M. (2002). *Estrategia Metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la Matemática*. (Tesis Doctoral). Universidad de Holguín.
48. Cruz Ramírez, M. (2009). *El Método Delphi en las Investigaciones Educativas*. La Habana, Cuba: Editorial Academia. <https://www.redie.uabc.mx/vol14no2/contenido-cruzmtnz2012.html>
49. Cruz Ramírez, M. (2020). Planteo analógico de problemas matemáticos. Descubriendo relaciones entre el teorema de Walter y el de Morley. *Acta latinoamericana de Matemática Educativa*. Sección 2 / Propuestas para la enseñanza de las matemáticas. (Ponencia). Universidad 2022, de Los Centro Educación Superior de Holguín. Holguín, Cuba.

50. Cruz Ramírez, M. y Martínez Cepeda, M. C. (2020). Origen y desarrollo de un índice de competencia experta: el coeficiente k. *Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social – ReLMIS*, 10(19), 40-56. <http://www.relmis.com.ar/ojs/index.php/relmis/article/view/248>
51. Cruz, M., Rojas, O., y Villarraga, B. (2020). Establecimiento de analogías durante el planteo de problemas matemáticos. Reflexiones para el contexto escolar. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (59), 180-203. https://www.researchgate.net/publication/344037068_Establecimiento_de_analogias_durante_el_planteo_de_problemas_matematicos_Reflexiones_para_el_contexto_escolar
52. Cuétara Hernández, Y. (2017). *Alternativa didáctica para el proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística en el décimo grado de la Educación Preuniversitaria*. (Tesis Doctoral). Universidad de Matanzas.
53. Cutiño Reinaldo, A. J., Concha Yero, L. & Noguera Matos, J. L. (2017). Formulación de problemas matemáticos a partir de la respuesta esperada. *Revista Roca*, 13(4), 207-218.
54. MINSAP. (2019). *Anuario Estadístico de Salud. Ministerio de Salud Pública de la república de Cuba. Dirección de registros médicos y estadísticas de salud*. MINSAP. Cuba
55. Davidson, D., & Pearce, D. (1988). Using writing activities to reinforce mathematics instruction. *Arithmetic Teacher*, 35(18), 42-45.
56. De Corte, E., Verschaffel, L., Lowyck, J., Dhert, S. & Vandeput, L. (2001). *Collaborative learning of mathematical problem solving and problem posing. Webknowledge forum: A design experiment. Center for Instructional Psychology & Technology, University of Leuven, Belgium*.
57. Delgado Rodríguez, A. M., Clavel Meralla, M. C., Guevara Barly, G. E., Abello Cruz, A. M., Fierro Chong, B. y Díaz Domínguez, L. I. (2019). *Orientaciones Metodológicas. Literatura y Lengua duodécimo grado*. Pueblo y Educación
58. Del Río, M.F., Strasser, K. & Susperreguy M.I. (2016). ¿Son las habilidades matemáticas un asunto de género? Los estereotipos de género acerca de las matemáticas en niños y niñas de Kinder, sus familias y educadoras. *Revista Calidad en la Educación*, 45, 20-53.
59. Díaz Godino, J. (2010). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*. de <http://www.ugr.es/local/jgodino>
60. Díaz Canel Bermúdez, M. M. (8 de diciembre de 2019). Precisiones del presidente sobre la Educación. *Granma*. <http://www.granma.cu/impreso/2019-12-24>
61. Dillon, J. T. (1982). Problem finding and solving. *The Journal of Creative Behavior*, 16(2), 97-111. 10.1002/j.2162-6057.1982.tb00326.x

62. Domínguez García, I. & González Campello, A. (2010). El proceso de enseñanza aprendizaje de la construcción de textos desde las diferentes áreas curriculares a partir de una perspectiva integradora. En *(Re) novando la enseñanza aprendizaje de la lengua española y la literatura*. (pp.213-295). La Habana: Pueblo y Educación.
63. Domínguez Reyes, A., Silva Peña, J. L. & Cabrales Perdomo, Y. (2016). La formulación de problemas en la enseñanza de la matemática en la educación secundaria básica. *Revista Boletín Redipe*, 5(2). <https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/83>
64. Duardo Monteagudo, C. D. (2010). *La educación económica en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática del preuniversitario*. (Tesis doctoral). Universidad De Ciencias Pedagógicas Villa Clara.
65. Duardo Monteagudo, C. D., González Hernández, G. & Rodríguez Ramos, F. R. (2020). La formulación de problemas con texto en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática. *Revista Conrado*, 16(74), 276-283.
66. Duvalón Soto, D., Ruíz Fuentes, D., Barocela Arguelles, B., Rodríguez Oliva, S.I. y Sojo Benítez, E. (2018). Preparación del tutor para la evaluación del aprendizaje en Introducción a la Clínica. (Evento). Edumed 2018
67. Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: Development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87-101.
68. Engel, A. (1987). The creation of mathematical Olympiad problems. World Federation of National Mathematics Competition Newsletter, *Mathematics Competitions*, 5, 18-28. www.wfnm.org/journal.html
69. Espinoza González, J. (2017). La resolución y planteamiento de problemas como estrategia metodológica en clases de Matemática. *Atenas*, 3(39), 64-69. <http://atenas.mes.edu.cu>
70. Espinoza González, J., Lupiañez Gómez, J. L. & Segovia Alex, I. (2014). *Invencción de problemas aritméticos por estudiantes con talento en matemática: un estudio exploratorio*. I CEMACYC, Santo Domingo, República Dominicana,.
71. Espinoza González, J., Segovia Alex, I. & Lupiañez Gómez, J. L. (2018). Variables de estudio para caracterizar las producciones de estudiantes con talento matemático ante tareas de invención de problemas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(2), 1132-1138. http://clame.org.mx/uploads/actas/ALME31_No.2.pdf
72. Estados Unidos. National Council of Teachers of Mathematics (2022). Joint declaration on Sustainable Systems for quality Teaching. Reston. NCTM

73. Fajardo Vázquez, M. R., Guerra Torres, L. A. y Espinosa Tamayo, Y. (2022). El dinámico proceso de la construcción de textos en el Nivel educativo Primaria. *Edusol*, 22(79), 45-55. de <http://scielo.sld.cu/scielo.php?script>
74. Fariñas León, G. (1995). *Proposiciones metodológicas: Maestro una estrategia para la enseñanza*. Academia.
75. Fernández Celada, H.O. (2018). *Desarrollo del pensamiento matemático en los niños en edad preescolar. [Segunda Especialidad]*. Universidad Nacional De Tumbes Facultad De Ciencias Sociales Escuela Profesional De Educación.
76. Fernández Chelala, R. M., Reyes Pérez, I. F., & Alfonso Cruz, I. (2016). La formulación de problemas: Una competencia indispensable en la formación inicial de maestros primarios. *Dilemas Contemporáneos de Educación*, 6(1), 17. <http://www.dilemascontemporaneoseduccionpoliticaayvalores.com/>
77. Ferrer Vicente, M. & Rebollar Morote, A. (2010). *La resolución de problemas, habilidad rectora en la formación inicial del profesional en las Universidades de Ciencias Pedagógicas*. Cuadernos de Educación y Desarrollo.
78. Fierro Martín, E. R., Muñoz Pentón, M. A. & Díaz Tejera, K. I. (2020). Procedimiento para establecer analogías entre problemas en Programación. *Video. Revista de la Dirección de Informatización de la UCPEJV*, 1.
79. Formoso, J., Barreiro, J. P., Calero, A., Injoke-Ricle, I. & Jacobovich, S. (2018). Desarrollo de habilidades matemáticas básicas en niños de 4, 5 y 6 años. *Investigaciones en Psicología*, 23(1), 27-35.
80. Francia. UNESCO. (2018). *Resumen del informe de seguimiento de la educación en el mundo 2019: Migración, desplazamiento y educación: Construyendo puentes, no muros*. UNESCO
81. Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht. *Reidel*.
82. Fullmer, L., Wiezel, A., Tarr, G., Zhang, X., Cullicott, C., Middleton, J. A., & Jansen, A. (2020). Engagement and affect patterns in high school mathematics classrooms that exhibit spontaneous problem posing: An exploratory framework and study. *In Educational Studies in Mathematics*.
83. Galperin, P. Y. (1982). *Introducción a la psicología*. Pueblo y Educación.
84. Galperin, P. Y. (1986). *Sobre la investigación del desarrollo intelectual del niño*. En: *La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS (antología)*. Progreso.
85. Galvão Spinillo, A., Labres Lautert, S., De Souza Rosa Borba, R. E., Martins dos Santos, E. & Ferreira Gomes da Silva, J. (2017). *Formulación de problemas matemáticos de estructura*

multiplicativa por maestros de escuela primaria. *Bolema*, 31(59). <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a04>

86. García, J. y Colunga, S. (2010). La resolución de problemas matemáticos: reflexión para su tratamiento. (Congreso). (CD – ROM) memorias v internacional didácticas de las ciencias. La Habana, Cuba.
87. Geissler, E., Sieber, J., Starke, H., Wolf, A. (1975). *Metodología de la enseñanza de la Matemática de 1ro. a 4to. grado. Tercera Parte*. Pueblo y Educación.
88. Geissler, E., Sieber, J., Starke, H., & Wolf, A. (1979). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. Pueblo y Educación.
89. González González, D. (2001). *La superación de los maestros primarios en la formulación de problemas aritméticos*. (Tesis Doctoral). Instituto Superior Pedagógico Villa Clara.
90. González González, D. (2005). *Una propuesta didáctica para los maestros primarios sobre la formulación de problemas matemáticos*. En Albarrán, J., Suárez, C., González, D., Bernabeu, M., Villegas, E., Rodríguez, E., Ledesma, D. (coords.), *Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria* (pp. 97 – 144). Pueblo y Educación.
91. González, F. (1995). *El Corazón de la Matemática, Venezuela*. Fondo.
92. González, R. (2002). *Perfeccionamiento del sistema de habilidades correspondiente a la Física del preuniversitario*. (Tesis Doctoral). Universidad de Las Villas.
93. Guirado, V. (2000). *Desarrollo del aprendizaje significativo para la solución de problemas matemáticos en los escolares con retardo mental*. (Tesis de Maestría). Universidad de La Habana.
94. Guerra Cruz, G. y Hernández Cabrera, Y.C. (2013). La formulación de problemas matemáticos en el primer ciclo de la Educación Primaria. *Educación y Sociedad*, 11(2),
95. Guo, M., Leung, F. K. S., & Hu, X. (2020). Affective determinants of mathematical problem posing: The case of Chinese Miao students. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09972-1>
96. Guzmán Coyago, R. E. (2018). *La metacognición en la invención y resolución de problemas matemáticos*. Universidad de Cuenca.
97. Haghjoo, S. & Reyhani, E. (2022). A Qualitative Meta-Analysis of Assessment Frameworks of Mathematical Problem-Posing Skills. *Quarterly Journal of Research in School and Virtual Learning*, 9(3).
98. Hernández Rosado, M., Lluesma Rojas, M. C. & De Veras Olivera, B. (2019). Hacia una comunicación eficaz. *Revista Cubana de Educación Superior*, 38(2).

99. Hernández Sampieri, R. & Mendoza Torres, Ch. P. (2018). *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Mexicana
100. Huart Vela., D. M. (2016). *Diseño de un Estudio de Profundización sobre el desarrollo de habilidades geométricas en estudiantes de Secundaria Básica*. (Tesis de Grado). Universidad de Oriente.
101. Hurrutinier Silva, P. (2006). El proceso de formación de la Universidad cubana. *Revista Pedagogía Universitaria*, 11(3), 1-14
<https://cvi.mes.edu.cu/peduniv/index.php/peduniv/article/view/368/359>.
102. Izquierdo Hernández, A. I., & Corona Poveda, A. I. (2012). *Monografías*.
<http://www.monografias.com/trabajos91/didactica-de-educacionsuperior5.shtml>
103. Jiménez, M. (2010). *Una concepción en el aprendizaje desarrollador de la Matemática*. En: Sifredo, C. y Pupo, N. (coords.), *Didácticas de las Ciencias. Nuevas perspectivas*. Educación Cubana, p. 185.
104. Jungk, W. (1982). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 3*. Pueblo y Educación.
105. Kapur, M. (2017). Examining the preparatory effects of problem generation and solution generation on learning from instruction. *Instructional Science*, 46(1), 133-153.
106. Kilpatrick, J. (1987). *Problem formulating: Where do good problem come from?* En A. Schoenfeld (Ed.) *Cognitive science and mathematics education mathematical*. New Jersey. Lawrence Erlbaum Associates.,
107. Klein, S., & Leikin, R. (2020). *Opening mathematical problems for posing open mathematical tasks: What do teachers do and feel?*. *Educational Studies in Mathematics*.
<https://doi.org/10.1007/s10649-020-09983-y>
108. Koichu, B. (2020). Problem posing in the context of teaching for advanced problem solving. *International Journal of Educational Research*, 102.
109. Kontorovich, I. (2020). Problem-posing triggers or where do mathematics competitions problems come from?. *Educational Studies in Mathematics*
110. Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. University of Chicago Press.
111. Labarrere Sarduy, A. F. (1980). Sobre la formulación de problemas matemáticos por los escolares. *Educación*, 6, 65–75.
112. Labarrere Sarduy, A. (1987). *Bases psicológicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. Pueblo y Educación.

113. Labarrere Sarduy, A. (1988). *¿Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas?*. Pueblo y Educación.
114. Lamas Suárez, O. M., Andino Guerra, R. O., & Hernández Gutiérrez, O. (2019). Competencias y Capacidades como Categorías Psicológicas. Semejanzas y diferencias. *Revista Científica Agroecosistemas*, 7(3), 169-174. <https://aes.ucf.edu.cu/index.php/aes>.
115. Lee, S. Y. (2020). Research status of mathematical problem posing in mathematics education journals. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 1677-1693. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10128-z>
116. Leavy, A. M., & Hourigan, M. (2020). Posing mathematically worthwhile problems: Developing the problem-posing skills of prospective teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(4), 341- 361. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-09425-w>
117. Leavy, A., & Hourigan, M. (2021). Balancing competing demands: Enhancing the mathematical problem posing skills of prospective teachers through a mathematical letter-writing initiative. *Journal of Mathematics Teacher Education*. <https://doi.org/10.1007/s10857-021-09490-8>
118. Li, X., Song, N., Chen, T., & Cai, J. (2019). The performance of elementary mathematics teachers' problem posing. *Journal of Mathematics Education*, 28(2), 5-10.
119. Li, X., Song, N., Hwang, S., & Cai, J. (2020). Learning to teach mathematics through problem posing: Teachers' beliefs and performance on problem posing. *Educational Studies in Mathematics*.
120. Liljedahl, P., & Cai, J. (2021). Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art. *ZDM Mathematics Education*, 53, 723- 735 <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01291-w>
121. Liu, Q., Liu, J., Cai, J., & Zhang, Z. (2020). The relationship between domain and task specific self-efficacy and mathematical problem-posing: A large-scale study of eighth-grade students in China. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09977-w>
122. Leiva Haza, J. y Guerra Véliz, Y. (2004). Las habilidades extendidas. *Revista Varela*, (5)10.
123. Leikin, R., y Elgrably, H. (2020). Problem posing through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research*, 102.
124. León González, J. L. y Barcia Martínez, R. (2011). La habilidad de resolución de problemas geométricos de cálculo en el segundo ciclo de la Educación Primaria. Clasificación de problemas para su tratamiento metodológico. *Órbitas Científicas*, 17(61), 3.
125. Leontiev, A. (1981). *Actividad, conciencia y personalidad*. Pueblo y Educación.

126. Llanquimán Aravena, Y. (2019.). *La creación de problemas matemáticos en el currículo chileno de enseñanza básica y media*. (Tesis de Maestría). Universidad de los Lagos.
127. López Tamayo, P. Á. (2018). Sugerencias metodológicas para el desarrollo de la habilidad de cálculo matemático en la escuela primaria. *Journal of Chemical Information and Modeling*, 10(9), 1689–1699.
128. Macías Lima, A., Rodríguez Oropesa, Y., Herrera Capote, M., González Toledo, E., y Mesa Cuba, D. (2021). La preparación de la asignatura Matemática a los estudiantes de duodécimo grado: una estrategia didáctica necesaria. *Revista Conrado*, 17(79), 242-251.
129. Malaspina Jurado, U. (2017). *La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas*. enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html
130. Mallart-Solaz, A. (2019). Interés de los futuros maestros en saber crear problemas de matemáticas para enseñar a resolverlos. *Psicología Educativa*, 25, 31-41. <https://doi.org/10.5093/psed2018a17>
131. Manzuela Concepción, J. A., Machado Ramírez, E.F. & Blanco Sánchez, R. (2018). Debates y perspectivas del proceso de formación y desarrollo de las competencias matemáticas en las carreras de ingeniería. *Didáctica y Educación*,9(4).
132. Martínez M. (2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: Un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*. (Tesis Doctoral). Universidad Autónoma de Barcelona.
133. Martínez Palmera, O, Combita Niño, H, & De La Hoz Franco, E. (2018). Mediación de los Objetos Virtuales de Aprendizaje en el Desarrollo de Competencias Matemáticas en Estudiantes de Ingeniería. *Formación Universitaria*, 11(6), 63-74. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062018000600063>
134. Martínez Sierra, G., Arellano García, Y. y Hernández Moreno, A. (2020). La invención de problemas para promover el cambio de actitud hacia las matemáticas: Un estudio exploratorio con estudiantes de bachillerato. *Revista Números*. 105, 103-117. <http://www.sinewton.org/numeros>.
135. Mazarío Triana, I., Tarifa Lozano, L., González Romero, R. C., Díaz García, T., Martín Caballero, A., Horta Navarro, M., Horta Chávez, N., González de la Barrera, L. G., Gómez Martínez, B. F. & Marrero González, Z. (2000). *Resolución de problemas*. (Monografía). Universidad de Matanzas. Cuba.
136. Medina Hidalgo, M. I. (2018). Estrategias para el desarrollo del pensamiento lógico matemático. *Didáctica y Educación*, 9, 8–9. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6595073>

137. Mendoza Velazco, D. J. (2019). Teaching resource for the teaching of geometry: circular trigonometric geoplane. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(1), 3-13
<https://doi.org/10.12973/iejme/3936>
138. Mihaela Singer, F. & Ellerton, N. F. (2015). Mathematical Problem posing: From Research to Effective Practice. *Research in Mathematics Education*.
139. Monereo Font, C. (1990). Las estrategias de aprendizaje en la educación formal: enseñar a pensar y sobre el pensar. *Infancia y aprendizaje*, (50), 3-26.
140. Montaña Calcines, J. R. & Abello Cruz, A. M. (2015). *Leer y escribir: tarea de todos*. Pueblo y Educación.
141. Monteagudo, C., González, G. y Rodríguez, F. R. (2020). La formulación de problemas con texto en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. *Conrado*, 16(74), 276.
142. Montealegre Hurtado, R. (2005). La actividad humana en la psicología histórico cultural. *Avances en Psicología Latinoamericana*. 2(3), 33-44
143. Montes de Oca Recio, N. (2002). *Una propuesta didáctica para el desarrollo de la habilidad argumentar en el lenguaje de la Matemática en la asignatura Geometría I, en la carrera Licenciatura en Educación espacialidad Matemática-Computación*. (Tesis Doctoral). Universidad de Camagüey.
144. Morales Díaz, Y. (2014). El desarrollo de las habilidades espaciales, desde la Matemática Superior, en los estudiantes de ingeniería mecánica. [Tesis Doctoral]. Universidad de Cienfuegos. Carlos Rafael Rodríguez.
145. Morales-Maure, Luisa, García Marimón, O., Torres-Rodríguez, A. & Lebrija-Trejos, A. (2018). Habilidades Cognitivas a través de la Estrategia de Aprendizaje Cooperativo y Perfeccionamiento Epistemológico en Matemática de Estudiantes de Primer Año de Universidad. *Formación Universitaria*, 11(2), 45-56. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062018000200045>
146. Morales, S. y Osorio, L. (2019). Ruta Maestra. *Santillana*, 26,156.
<https://santillanaplus.com.co/RM26.pdf>
147. Moreira, C. (2015). Metodología para la enseñanza-aprendizaje de la lengua materna como nodo interdisciplinar. *Revista EduSol*, 15(52), 1-15.
148. Mujica Stach, A. M. y Márquez Torres, M. (2022). Pensamiento matemático en la primera infancia: estrategias de enseñanza de las educadoras de párvulos. *Mendive* 20(4), 1338,1352.
<https://mendive.upr.edu.cu/index.php/MendiveUPR/article/view/3066>

149. Mulet González, M. A. (2006). *Fundamentos psicológicos, pedagógicos y gnoseológicos de las habilidades profesionales pedagógicas*. <http://www.monografias.com/trabajos37/habilidades-pedagogicas/habilidades-Bibliografía pedagogicas.shtml>
150. Müller, H. (1984). *Inferencia lógica y demostraciones en la enseñanza de la Matemática*. Pueblo y Educación.
151. Muñoz Caro, C. (2011). Tipos de problemas matemáticos. *Pedagogía Magna*, (11) www.pedagogiamagna.com
152. Nachtergaele, J. (1978) Inventing problems. *Mathematic pedagogie*, 4(16), 21–23.
153. Naveira Carreño, W. J., y González Hernández, W. (2021). Análisis conceptual del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Superior. *Revista Conrado*, 17(78), 266-275.
154. Niss, M. (2002). *Mathematical competences and the learning of mathematics*. The Danish KOM project, Denmark, INFUFA, Roskilde, University.
155. Olivares Hernández, A. (2023). El proceso de enseñanza aprendizaje de la construcción textual en preuniversitario. *Sinergia Académica*, 6(2), 90-97. <https://doi.org/10.51736/sa.v6i2.123>
156. Ontoria, A (2006). *Aprendizaje centrado en el alumno*. Narcea Ediciones.
157. Ortega Higueta, J.V. (2018). *Proyecto de aula para contribuir a la resolución de problemas aditivos a través de la comprensión lectora*. (Tesis Maestría). Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/69572?locale-attribute=en>
158. Ovadiya, T. (2021). A Novice Teacher Researcher's Action Research Project: Posing Problems to Promote Concepts of Graphs in Calculus. *Action Research and Innovation in Science Education*, 4(1), 13-23. <https://doi.org/10.51724/arise.42>
159. Öçal, M.F., Kar, T., Güler, G., & Ipek, A.S. (2020). Comparison of prospective mathematics teachers' problema posing abilities in paper-pencil test and on dynamic geometry environment in terms of creativity. *Journal of Research in Mathematics Education*, 9(3), 243-272. doi: 10.17583/redimat.2020.3879
160. Örnek, T., & Soylu, Y. (2021). A model design to be used in teaching problem posing to develop problem-posing skills. *Thinking Skills and Creativity*. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2021.100905>
161. Palacio Peña, J. (2000). *Hacia una mayor efectividad en la enseñanza de problemas matemáticos*. Pueblo y Educación.
162. Paredes, D. (2017). La formulación de problemas matemáticos en los alumnos de segundo grado. *Educación*, 2(282), 1-12. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/62319>

163. Parra, D. (2003). *Manual de estrategias de enseñanza/aprendizaje*. Ministerio de la protección social, Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA). <https://bit.ly/2QpKf5K>
164. Peng, A., Li, M., Lin L., Cao, L., Cai, J. (2022). Problem Posing and Its Relationship with Teaching Experience of Elementary School Mathematics Teachers from Ethnic Minority Area in Southwest China. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(2).
165. Pérez Ariza, K., Álvarez García, E. & Breña Rivero, C. (2016). Reflexiones sobre el concepto de problema matemático. *Bases de la Ciencia*, 1(3).
166. Piloto Varona, A. (2020). Reflexiones sobre el pensamiento pedagógico de José Martí en la formación de las nuevas generaciones. *Revista Cubana de Medicina Militar*. 49(1) <http://www.revmedmilitar.sld.cu/index.php/mil/article/view/423>
167. PISA. (2021). Creative thinking framework (Third draft). OECD.
168. Polya, G. (1964). How to solve it? Rinchart and Winston Inc. Trillas.
169. Polya, G. (1982). Cómo plantear y resolver problemas matemáticos. Trillas.
170. Porras Lizano, K & Castro Martínez, E. (2019). *Representaciones matemáticas y la invención de problemas desde la modelización*. (Conferencia). Interamericana de Educación Matemática. Costa Rica.
171. Pulido Cortés, O. y Gómez Gómez, L. (2017). Del enseñar y el aprender. *Praxis y saber*, 8(18), 9-14. <https://doi.org/10.19053/22160159.v8.n18.2017.7252>
172. Pupo Pupo, R. (1990). *La actividad como categoría filosófica*. Ciencias Sociales
173. Quintanilla Altuve, N.S. (2020). Estrategias lúdicas dirigidas a la enseñanza de la matemática a nivel de Educación Primaria. *Mérito-Revista de Educación*, 2(6), 143-157. <https://doi.org/10.33996/merito.v2i6.261>
174. Quintero Cordero, Y.J. (2019). Estrategias didácticas para desarrollar habilidades del pensamiento de estudiantes en edades comprendidas entre 7 y 11 años. *Revista Atlante*, 2(60), 15-20. <https://www.eumed.net/rev/atlante/2019/10/desarrollar-habilidades-estudiantes.html>
175. Ramírez Ochoa, M.I., & Vizcarra Brito J.J. (2016). Desarrollo de habilidades matemáticas en estudiantes normalistas mediante Khan Academy. *Ra Ximhai*, 12(6), 285-293.
176. Ratliff, M. I., Martínez-Cruz, A. M. & Contreras, J. N. (2001). Problem solving, problem posing, and technology in geometry. En: C. Cortés et al. (Eds.). (Conferencia). Memorias de la internacional sobre el uso de tecnologías en la enseñanza de las matemáticas. Universidad Michoacana de San Nicolás, Hidalgo.

177. REAL ACADEMIA ESPAÑOLA: *Diccionario de la lengua española*, 23.ª ed., [versión 23.7 en línea]. <https://dle.rae.es> [miércoles, 10 de enero de 2024].
178. Reyes González, D. & García Cartagena, Y. (2014). Desarrollo de habilidades científicas en la formación inicial de profesores de ciencias y matemática. *Educación*, 17(2), 271-285.
179. Rodríguez, M. A. (2016). Habilidades matemáticas: una aproximación teórica. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(2), 809–824. <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/26016>
180. Rodríguez Luna, M. E. (2005). Habilidades cognitivas y competencias sociales. *Enunciación*, (10), 123-132
181. Rodríguez Meneses, F.E., Quintana Valdés, A., García Enís, E., Cárdenas, R. A., Naredo Castellanos, R. y Cuadrado González, Z. (2019). *Orientaciones Metodológicas. Matemática décimo grado*. Pueblo y Educación
182. Rodríguez Meneses, F. E., Quintana Valdés, A., Naredo Castellanos, R. y Cuadrado González, Z. (2018). *Programa de Matemática décimo grado*. Pueblo y Educación
183. Rodríguez Revelo, E. & Alarcón Salvatierra, P.A. (2020). Estrategias didácticas para efectivizar procesos de enseñanza en la educación superior. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, (7). <http://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/>
184. Rodríguez Rodríguez, L. E., García Pimentel, L. & Lozano Jiménez, M. (2015). El método de proyecto para la formulación de problemas matemáticos. *Revista Atenas*, 4(32), 100-112. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=478047208008>
185. Rodríguez-Rodríguez L.E., Pérez-Hernández Y. y Pérez-Ponce de León N. P. (2021). La habilidad para formular problemas en la enseñanza y el aprendizaje de la solución de problemas de Física y de Matemática. *Luz*, 20(1), 40-54. <https://luz.uho.edu.cu>
186. Roméu Escobar, A. (2007). *El enfoque cognitivo, comunicativo y sociocultural en la enseñanza de la lengua y la literatura*. Pueblo y Educación.
187. Ron Galindo, J. (2000). *Concepción de un conjunto de acciones que contribuya a mejorar la enseñanza de la resolución de problemas en la secundaria básica*. (Tesis de maestría). Universidad de La Habana.
188. Rubinstein, S. (1966). *El proceso del pensamiento*. Universitaria
189. Rubinstein, J. L. (1979). *El desarrollo de la Psicología, principios y métodos*. Pueblo y Educación.
190. Saez Villavicencio, A. C., Ciudad Ricardo, F., Puentes Puentes, U. y Menéndez Pérez, J.S. (2015). Los resultados científicos en las investigaciones biomédicas: un desafío pendiente. *MEDISAN*, 21(5)

191. Salazar Solórzano, L. (2016). *Creación de problemas mediante un proceso guiado de cuatro etapas*. CIDUI. www.cidui.org/revistacidui
192. Salellas Rodríguez, M. (2013). Hacia una metodología para la contextualización de un modelo didáctico para el diagnóstico de las habilidades comunicativas básicas en el preuniversitario. Curso 18 evento de Pedagogía, Sello Editorial Educación Cubana.
193. Santiesteban Naranjo, E. (2016). *La lectura y su didáctica. Teoría y práctica del texto docente*. Academica Universitaria.
194. Santiesteban Naranjo, E. y Velázquez Ávila, K. M. (2017). La estructura interna de la habilidad generalizada escuchar en inglés como lengua extranjera para estudiantes universitarios no-filólogos. *Dilemas Contemporáneos. Educación, Política y Valores*. 2(3) <http://www.dilemascontemporaneoseduccionpoliticayvalores.com/>.
195. Santos Abreu, I., Villalón Legrá, G., Llopis Guerra, K., Frago Martínez, A.J., & Marimón Carrazana, J. A. (2017). *Perfeccionamiento de la educación ambiental para el desarrollo sostenible en el sistema nacional de educación. Avances en la introducción de un resultado científico*. Educación Cubana.
196. Sampedro, R. (2016). *Alternativa metodológica dirigida a la superación de los Profesores para la formación y desarrollo de la habilidad formular problemas en los estudiantes del noveno grado de la Secundaria Básica*. (Tesis de Maestría). Universidad de La Habana.
197. Sarduy Nápoles, D., Montes de Oca Recio, N. & Sobrado Cárdenas, E., (2020). La matemática en tiempos de la covid-19: Retos e implicaciones para su enseñanza-aprendizaje. *Transformación*, 16(3), 489-502.
198. Sastre Vázquez, P., Boubée, C., Rey, G. & Delorenzi, O. (2008). La comprensión: proceso lingüístico y matemático. *Revista Iberoamericana de Educación*, 8(46).
199. Schindler, M., & Bakker, A. (2020). Affective field during collaborative problem posing and problem solving: A case study. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09973-0>
200. Şengün, K. Ç., & Yılmaz, S. (2021). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgende açıortay ve kenarortay belirleme durumlarının incelenmesi [Investigation of middle school 8th grade students' determination of bisector and median in triangle]. *International Journal of Active Learning*, 6(1), 81-97. <https://doi.org/10.48067/ijal.909110>
201. Silver, E. A. (1997) Fostering through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 3, 75–80.

202. Smilansky, J. (1984) Problem solving and the quality of invention. An empirical investigation. *Journal of educational psychology*, 76(3), 377–386.
203. Smith, C.B. (1989). La enseñanza de la lecto-escritura: un enfoque interactivo. Visor.
204. Solovieva, Y. (2019). *Las aportaciones de la teoría de la actividad para la enseñanza*. Universidad Autónoma de Puebla.
205. Solovieva, Y. & Quintanar Rojas, L. (2020). *La teoría de la actividad para el aprendizaje desde la concepción de Nina F. Talízina*. <https://downloads.editoracientifica.org/articles/210705490.pdf>
206. Soto Quiroz, R.I. (2018). Principios que consideran los catedráticos al elaborar problemas matemáticos. *Scientia*, 10(2). [dx.doi.org/10.18050/RevUcv-Scientia.v10n2a2132](https://doi.org/10.18050/RevUcv-Scientia.v10n2a2132)
207. Stoyanova, E. (1998). *Problem posing in Mathematics classrooms*. En A. McIntosh y N. Ellerton (Eds), *Research in Mathematics Education: a contemporary perspective* (pp. 164-185). Cowan University: MASTEC.
208. Suárez Méndez, C. (2004). La identificación de problemas matemáticos en la Educación Primaria. (Tesis Doctoral). Universidad de Holguín.
209. Talízina, N. F. (1988). *Psicología de la enseñanza*. Progreso.
210. Talízina, N. F. (2018). *La teoría de la enseñanza desde la teoría de la actividad*. Universidad Estatal de Moscú.
211. Tomás Batista, B.L. (2018). La importancia de la construcción textual en la formación integral del nuevo profesional de la educación. *Atlante: Cuadernos de Educación y Desarrollo* <https://www.eumed.net/rev/atlante/2018/04/formacion-integral-educacion.html>
212. Torres-Cuevas, E., Ibarra, J., & García, M. (2001). *Cultura Popular, Imagen Contemporánea ed. Vol. I. Félix Varela*.
213. Turizo, L., Carreño, C., & Crissien, T. (2019). El Método Singapur: reflexión sobre el proceso enseñanza -aprendizaje de las matemáticas. *Pensamiento Americano*, 12(23). <https://doi.org/https://doi.org/10.21803/pensam.v12i22.255>
214. Ulusoy, F. ve Kepceoğlu, İ. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının yarı-yapılandırılmış problem kurma bağlamında oluşturdukları problemlerin bağlamsal ve bilişsel yapısı. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(3), 1910-1936.
215. Valdés Placeres, J. M. y Meléndez Ruiz, R. (2016). La enseñanza de la Matemática I en ambientes de programación: una propuesta para el desarrollo de habilidades matemáticas específicas en el primer año de la formación inicial de la carrera de Informática de la Universidad de Pinar del Río.

http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S181576962016000300007&lng=es&tln g=es.

216. Vásquez Choez, C. E. (2021). *El uso de la herramienta de gamificación EDUCAPLAY y su incidencia en el desarrollo de habilidades matemáticas*. (Tesis de maestría). Universidad de Ecuador
217. Velázquez Navarro, J. J. (2020). *Estrategias didácticas, definición y clasificación*. Centro de Formación Permanente. Universidad de Sevilla. https://cfp.es/wep/elearning/guia/_10.htm
218. Vigotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Crítica.
219. Vila, A. y Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Narcea S.A.
220. Villacis Villacis, F. B. (2020). La comprensión del Problema Matemático en la Ejecución del Plan de Resolución en estudiantes de Enseñanza General Básica. *Revista Conrado*, 16(73), 81-90.
221. Villarreal Fernández, J., Muñoz García, G., Pérez Olivera, H., Corredor Gómez, A., Martínez Morales, H. A. & Porto Solano, A. (2017). El desarrollo de habilidades investigativas a partir de resolución de problemas. Las matemáticas y el estado nutricional de los estudiantes. *Revista Lasallista De Investigación*, 14(1), 162-
222. Whitin, D. J. (2006). Problem posing in the elementary classroom. *Teaching Children Mathematics*, 13(1), 14-18.
223. Xie, S., & Cai, J. (2020). Teachers' beliefs about mathematics, learning, teaching, students, and teachers: Perspectives from Chinese high school inservice mathematics teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 747-769. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10074-w>
224. Xu, B., Cai, J., Liu, Q., & Hwang, S. (2020). Teachers' predictions of students' mathematical thinking related to problem posing. *International Journal of Educational Research*, 102, 101427. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.04.005>
225. Zaldívar Zamorategui, O. (2003). Valoración de la situación actual de la enseñanza de las matemáticas. (Foro). La Enseñanza de las Matemáticas para Ingenieros. México.
226. Zimmermann, B. (1985). *From problem solving to problem posing in mathematics education*. Kupari.

ANEXOS

Anexo 1. Encuesta para la selección de los expertos

Objetivo: Seleccionar mediante el coeficiente de competencia, al grupo de expertos que participarán en la evaluación de la construcción teórica y de la calidad de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario.

Estimado colega, debido a su conocimiento, experiencia y prestigio en el ámbito de la enseñanza de la Matemática usted ha sido seleccionado para que nos ofrezca sus consideraciones con respecto al tema: “desarrollo de la habilidad formular problemas desde la enseñanza de la matemática en el preuniversitario”. Le solicitamos su cooperación para que responda el siguiente instrumento, que tiene como objetivo determinar su coeficiente de conocimiento y argumentación para justificar su competencia en el tema desde el punto de vista científico. Esperamos su justeza en las respuestas y conociendo de su modestia le pedimos que no minimice sus puntajes. Los criterios brindados por usted serán altamente apreciados y se tomarán en consideración para el perfeccionamiento de esta investigación. En el instrumento a diligenciar le pedimos el favor de que llene únicamente los campos que usted cumpla en su formación académica y profesional. Agradecemos de antemano su cooperación. Gracias.

Años de experiencia	Años de experiencia como docente en la enseñanza general.		
Cargo que desempeña			
Licenciado ____	Máster ____	Doctor ____	Nivel Educativo en el que imparte docencia.
Graduado de:			
Profesor de:			

A continuación, se señalan los aspectos en los cuales necesitamos sus criterios

1- Marque con una (x), en la casilla que le corresponde al grado de conocimientos que usted posee sobre el tema, valorándolo en una escala del 1 al 10. La escala es ascendente, por lo que el conocimiento sobre el tema referido crece de 1 a 10.

Conocimiento que posee	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Conocimiento que posee sobre el desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática										

2- A partir de las fuentes de argumentación que se le ofrecen sobre el tema que se investiga, realice una auto valoración y marque con una cruz (x), según el nivel en que considere que se encuentra. Fuentes de Argumentación Alto Medio Bajo

Fuentes para la adquisición del conocimiento	Alto	Medio	Bajo
Su experiencia teórica sobre el tema.			
Su experiencia práctica como profesor de la asignatura Matemática.			
Estudios realizados por usted sobre el desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática (Bibliografía nacional consultada).			
Estudios realizados por usted sobre el desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática (Bibliografía internacional consultada).			
Su conocimiento sobre el estado actual de la habilidad en estudio			
Su valoración sobre la obtención de las acciones y las operaciones de la habilidad, a partir de la analogía con el sistema operacional para la construcción de textos.			
Su intuición			

Otros elementos que usted considere pueda aportar

Anexo 2. Resultados de las fuentes de argumentación de los expertos

Expertos	Grado de conocimiento del tema	FA1	FA2	FA3	FA4	FA5	FA6
1	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
2	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
3	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
4	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
5	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
6	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
7	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
8	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
9	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
10	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
11	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
12	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
13	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
14	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
15	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
16	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
17	8	Medio	Medio	Medio	Medio	Medio	Medio
18	9	Medio	Alto	Alto	Alto	Medio	Medio
19	8	Medio	Alto	Alto	Alto	Medio	Medio
20	8	Medio	Medio	Alto	Alto	Medio	Medio
21	9	Alto	Medio	Medio	Alto	Alto	Medio
22	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
23	8	Medio	Medio	Medio	Medio	Bajo	Medio
24	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto
25	10	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto	Alto

Anexo 3. Nivel de competencia de los expertos

Expertos	Índice	Nivel de competencia
1	0,975	Competencia alta
2	0,975	Competencia alta
3	0,975	Competencia alta
4	0,975	Competencia alta
5	0,975	Competencia alta
6	0,975	Competencia alta
7	0,975	Competencia alta
8	0,975	Competencia alta
9	0,975	Competencia alta
10	0,975	Competencia alta
11	0,975	Competencia alta
12	0,975	Competencia alta
13	0,975	Competencia alta
14	0,975	Competencia alta
15	0,975	Competencia alta
16	0,975	Competencia alta
17	0,78	Competencia media
18	0,89	Competencia alta
19	0,84	Competencia alta
20	0,79	Competencia media
21	0,865	Competencia alta
22	0,975	Competencia alta
23	0,7725	Competencia media
24	0,975	Competencia alta
25	0,975	Competencia alta

Totales		%
Competencia alta	22	Competencia alta
Competencia media	3	Competencia media
Competencia baja	0	Competencia baja

Anexo 4. Encuesta aplicada en la primera ronda de expertos para la valoración de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario.

Objetivo: Valorar las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario.

Años de experiencia como profesor de Matemática: _____

Cargo que desempeña: _____

Estimado colega:

A continuación, se le ofrece una breve panorámica sobre el tema que se investiga para que oportunamente pueda emitir sus juicios y consideraciones en aras de perfeccionar el resultado científico que se presenta, en función de desarrollar la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario.

Aunque los estudios sobre la resolución de problemas históricamente han predominado con respecto a la formulación, se puede aseverar que muchos investigadores han dedicado grandes esfuerzos en demostrar la importancia del desarrollo de esta habilidad en la enseñanza de la Matemática. Es por eso que la autora, coincide con otros al asegurar, que el arte de plantear una pregunta tiene un valor tan alto o superior como el de resolverla; y de manera similar, en la historia de la ciencia, la formulación de preguntas precisas y con respuesta, no solo promueve nuevos descubrimientos, sino que también genera entusiasmo intelectual entre quienes la estudian.

La habilidad formular problemas tiene una importancia capital para el desarrollo de la personalidad de los estudiantes y su desenvolvimiento futuro en todos los ámbitos, pues les permite comprender la esencia de la actividad matemática y los vínculos Ciencia, Tecnología, Sociedad y Ambiente (CTSA). Es por eso que contribuir a su desarrollo implica un mejoramiento de esta problemática actual en la enseñanza y el aprendizaje de Matemática. Constituye, además, la posibilidad de que los estudiantes perfeccionen su actuación en aras de ser protagonistas de su propio aprendizaje, diseñen métodos y estilos de estudio diferentes, así como, de ser creativos como vía esencial para solucionar los problemas del entorno en el cual se desarrollan.

Teniendo en cuenta lo anterior, esta investigación ofrece como resultado científico una estrategia didáctica que contiene acciones y operaciones para desarrollar la habilidad formular problemas desde la enseñanza de la Matemática en el preuniversitario. Estas acciones fueron obtenidas a partir del sistema operacional de la construcción de textos y utilizando para ello el principio heurístico de analogía. Luego, para perfeccionarlas y obtener sus respectivas operaciones fue preciso la aplicación de las cuatro etapas del procedimiento teórico-experimental a partir de lo cual surgieron otras acciones con sus correspondientes operaciones.

Realice una valoración de estas acciones y operaciones desde las categorías que se indican. 1: Inadecuado, 2: Poco adecuado, 3: Adecuado, 4: Bastante adecuado, 5: Muy adecuado. En el aspecto *Observaciones* usted podrá proponer las consideraciones pertinentes de acuerdo a su experiencia en el tema. Agradecemos su colaboración

Acciones	Operaciones	NA	PA	A	BA	MA	Observaciones
Generar datos	Organizar las ideas Consultar el diccionario Plantear la situación inicial. Considerar lo conocido. Elaborar un plan previo Identificar que se quiere saber de lo conocido (formular una o varias preguntas)						
Elaborar la redacción	Establecer nexos entre los datos y la incógnita Convertir los datos e ideas en texto Considerar la situación comunicativa Delimitar oraciones Atender la ortografía, el vocabulario técnico de la Matemática y el uso de conectores Diseñar un plan de solución Seleccionar el procedimiento matemático para resolver el problema Socializar lo escrito e intercambiar ideas						
Revisar la redacción	Valorar el texto redactado Valorar la correspondencia entre el texto redactado y la solución del problema						
Reconstruir el texto	Leer el problema redactado Omitir palabras y expresiones irrelevantes Considerar la visión retrospectiva Comprobar los resultados Analizar si los procedimientos realizados para la resolución corresponden a las exigencias descritas en el texto Realizar variaciones al texto elaborado para encontrar otros problemas Valorar otras posibles vías de solución						

Anexo 5. Criterios evaluativos de los expertos con respecto a las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos en la primera ronda

	Muy Adecuado	Bastante Adecuado	Adecuado	Poco Adecuado	No Adecuado
IND_1	11	14	0	0	0
IND_2	0	4	11	10	0
IND_3	2	16	8	11	0
IND_4	15	9	1	0	0

Estadísticos de prueba

N	25
W de Kendall ^a	,754
Chi-cuadrado	56,573
gl	3
Sig. asintótica	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Anexo 6. Encuesta aplicada en la segunda ronda de expertos para la valoración de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario.

Objetivo: Valorar las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario.

Años de experiencia como profesor de Matemática: _____

Cargo que desempeña: _____

Estimado colega

A continuación, se le ofrece una breve panorámica sobre el tema que se investiga para que oportunamente pueda emitir sus juicios y consideraciones en aras de perfeccionar el resultado científico que se presenta, en función de desarrollar la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario.

Aunque los estudios sobre la resolución de problemas históricamente han predominado con respecto a la formulación, se puede aseverar que muchos investigadores han dedicado grandes esfuerzos en demostrar la importancia del desarrollo de esta habilidad en la enseñanza de la Matemática. Es por eso que la autora, coincide con otros al asegurar, que el arte de plantear una pregunta tiene un valor tan alto o superior como el de resolverla; y de manera similar, en la historia de la ciencia, la formulación de preguntas precisas y con respuesta, no solo promueve nuevos descubrimientos, sino que también genera entusiasmo intelectual entre quienes la estudian.

La habilidad formular problemas tiene una importancia capital para el desarrollo de la personalidad de los estudiantes y su desenvolvimiento futuro en todos los ámbitos, pues les permite comprender la esencia de la actividad matemática y los vínculos Ciencia, Tecnología, Sociedad y Ambiente (CTSA). Es por eso que contribuir a su desarrollo implica un mejoramiento de esta problemática actual en la enseñanza y el aprendizaje de Matemática. Constituye, además, la posibilidad de que los estudiantes perfeccionen su actuación en aras de ser protagonistas de su propio aprendizaje, diseñen métodos y estilos de estudio diferentes, así como, de ser creativos como vía esencial para solucionar los problemas del entorno en el cual se desarrollan.

Teniendo en cuenta lo anterior, esta investigación ofrece como resultado científico una estrategia didáctica que contiene acciones y operaciones para desarrollar la habilidad formular problemas desde la enseñanza de la Matemática en el preuniversitario. Estas acciones fueron obtenidas a partir del sistema operacional de la construcción de textos y utilizando para ello el principio heurístico de analogía. Luego, para perfeccionarlas y obtener sus respectivas operaciones fue preciso la aplicación de las cuatro etapas del procedimiento teórico-experimental a partir de lo cual surgieron otras acciones con sus correspondientes operaciones.

Realice una valoración de estas acciones y operaciones desde las categorías que se indican. 1: Inadecuado, 2: Poco adecuado, 3: Adecuado, 4: Bastante adecuado, 5: Muy adecuado. En el aspecto *Observaciones* usted podrá proponer las consideraciones pertinentes de acuerdo a su experiencia en el tema. Agradecemos su colaboración

Acciones	Operaciones	I	PA	A	BA	MA	Observaciones
Generar ideas	Recopilar datos de interés sobre un tema determinado Organizar las ideas Consultar el diccionario Elaborar un plan previo Preguntas, figuras, tablas, esquemas, mapas conceptuales						

Modelar matemáticamente la información	Identificar figuras, tablas o esquemas a utilizar según el contenido matemático que se aborda en el problema. Representar la información a partir de construir las figuras tablas o esquemas. Controlar si lo construido satisface las condiciones. Transformar los esquemas para variar el nivel de complejidad						
Elaborar la redacción	Establecer nexos entre los datos y la incógnita Convertir los datos e ideas en texto Considerar la situación comunicativa Delimitar oraciones Atender la ortografía, el vocabulario técnico de la asignatura Matemática y el uso de conectores Diseñar un plan de solución Plantear ecuaciones o sistemas de ecuaciones Propiedades, teoremas, definiciones, operaciones de cálculo y métodos de solución						
Resolver el problema	Poner en práctica el plan de solución Representar la solución						
Autorrevisar la redacción	Valorar el texto redactado Atender al ajuste del tema y calidad de las ideas Poner en práctica el plan de solución Representar la solución						
Reconstruir el texto	Omitir palabras y expresiones irrelevantes Ajustar la escritura a las normas de presentación (márgenes, limpieza, caligrafía) Considerar la visión retrospectiva Comprobar los resultados Analizar si los procedimientos realizados para la resolución corresponden a las exigencias descritas en el texto						

	Valorar otras posibles vías de solución					
--	---	--	--	--	--	--

Anexo 7. Criterios evaluativos de los expertos con respecto a las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos en la segunda ronda

	Muy Adecuado	Bastante Adecuado	Adecuado	Poco Adecuado	No Adecuado
IND_1	0	0	14	11	0
IND_2	16	5	4	0	0
IND_3	0	0	14	11	0
IND_4	25	0	0	0	0
IND_5	0	0	13	12	0
IND_6	25	0	0	0	0

Estadísticos de prueba

N	25
W de Kendall ^a	,882
Chi-cuadrado	110,245
gl	5
Sig. asintótica	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Anexo 8. Encuesta aplicada en la tercera ronda de expertos para la valoración de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario.

Objetivo: Valorar las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario.

Años de experiencia como profesor de Matemática: _____

Cargo que desempeña: _____

Estimado colega:

A continuación, se le ofrece una breve panorámica sobre el tema que se investiga para que oportunamente pueda emitir sus juicios y consideraciones en aras de perfeccionar el resultado científico que se presenta, en función de desarrollar la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario.

Aunque los estudios sobre la resolución de problemas históricamente han predominado con respecto a la formulación, se puede aseverar que muchos investigadores han dedicado grandes esfuerzos en demostrar la importancia del desarrollo de esta habilidad en la enseñanza de la Matemática. Es por eso que la autora, coincide con otros al asegurar, que el arte de plantear una pregunta tiene un valor tan alto o superior como el de resolverla; y de manera similar, en la historia de la ciencia, la formulación de preguntas precisas y con respuesta, no solo promueve nuevos descubrimientos, sino que también genera entusiasmo intelectual entre quienes la estudian.

La habilidad formular problemas tiene una importancia capital para el desarrollo de la personalidad de los estudiantes y su desenvolvimiento futuro en todos los ámbitos, pues les permite comprender la esencia de la actividad matemática y los vínculos Ciencia, Tecnología, Sociedad y Ambiente (CTSA). Es por eso que contribuir a su desarrollo implica un mejoramiento de esta problemática actual en la enseñanza y el aprendizaje de Matemática. Constituye, además, la posibilidad de que los estudiantes perfeccionen su actuación en aras de ser protagonistas de su propio aprendizaje, diseñen métodos y estilos de estudio diferentes, así como, de ser creativos como vía esencial para solucionar los problemas del entorno en el cual se desarrollan.

Teniendo en cuenta lo anterior, esta investigación ofrece como resultado científico una estrategia didáctica que contiene acciones y operaciones para desarrollar la habilidad formular problemas desde la enseñanza de la Matemática en el preuniversitario. Estas acciones fueron obtenidas a partir del sistema operacional de la construcción de textos y utilizando para ello el principio heurístico de analogía. Luego, para perfeccionarlas y obtener sus respectivas operaciones fue preciso la aplicación de las cuatro etapas del procedimiento teórico-experimental a partir de lo cual surgieron otras acciones con sus correspondientes operaciones.

Realice una valoración de estas acciones y operaciones desde las categorías que se indican. 1: Inadecuado, 2: Poco adecuado, 3: Adecuado, 4: Bastante adecuado, 5: Muy adecuado. En el aspecto *Observaciones* usted podrá proponer las consideraciones pertinentes de acuerdo a su experiencia en el tema. Agradecemos su colaboración

Acciones	Operaciones	I	PA	A	BA	MA	Observaciones
Identificar las aplicaciones del contenido matemático	Relacionar el contenido matemático con un tema determinado Investigar sobre el tema Recopilar datos de interés sobre el tema identificado Aportar nuevas ideas, partiendo de su experiencia y conocimiento del tema.						
Generar datos	Organizar las ideas Plantear la situación inicial. Elaborar un plan previo Identificar que se quiere saber de lo conocido (formular una o varias preguntas)						
Modelar matemáticamente la información	Identificar figuras, tablas o esquemas a utilizar según el contenido matemático que se aborda en el problema. Representar la información a partir de construir las figuras tablas o esquemas. Controlar si lo construido satisface las condiciones. Transformar los esquemas para variar el nivel de complejidad						
Elaborar la redacción	Establecer nexos entre los datos y la incógnita Convertir los datos e ideas en texto Considerar la situación comunicativa Delimitar oraciones Atender la ortografía, el vocabulario técnico de la Matemática y el uso de conectores Diseñar un plan de solución Seleccionar el procedimiento matemático para resolver el problema Socializar lo escrito e intercambiar ideas						
Resolver el problema	Poner en práctica el plan de solución Representar la solución						
Revisar la redacción	Valorar el texto redactado						
Reconstruir el texto	Leer el problema redactado Omitir palabras y expresiones irrelevantes Considerar la visión retrospectiva Comprobar los resultados Analizar si los procedimientos realizados para la resolución corresponden a las exigencias descritas en el texto.						

Anexo 9. Criterios evaluativos de los expertos con respecto a las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos en la tercera ronda

	Muy Adecuado	Bastante Adecuado	Adecuado	Poco Adecuado	No Adecuado
IND_1	23	2	0	0	0
IND_2	25	0	0	0	0
IND_3	25	0	0	0	0
IND_4	25	0	0	0	0
IND_5	25	0	0	0	0
IND_6	25	0	0	0	0
IND_7	25	0	0	0	0

Estadísticos de prueba

N	25
W de Kendall ^a	,920
Chi-cuadrado	138,000
gl	6
Sig. asintótica	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Anexo 10. Primera ronda de expertos para la valoración de la estrategia didáctica

Objetivo: Valorar la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas y las sugerencias metodológicas para su implementación.

Años de experiencia como profesor de Matemática: _____ **Cargo que desempeña:** _____

Estimado colega:

En la esfera educacional, las investigaciones científicas tienen como objetivo, tratar problemas muy particulares de este campo con la finalidad de aportar elementos teóricos-metodológicos que permitan perfeccionar la práctica educativa y generar conocimientos que enriquezcan la pedagogía como ciencia. Un ejemplo de propuesta de solución de una investigación científica, que contribuya al perfeccionamiento de la educación, es la estrategia didáctica que se somete a su valoración.

La estrategia didáctica presentada para el desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario, está fundamentada desde los postulados filosóficos, psicológicos, pedagógicos, didácticos y epistemológicos. Se establecen, además, las etapas de diagnóstico, planeación, ejecución y evaluación con sus respectivas actividades y las sugerencias metodológicas para su aplicación en la práctica educativa.

Realice una valoración de los aspectos que se presentan en la tabla, desde las categorías que se indican. 1: Inadecuado, 2: Poco adecuado, 3: Adecuado, 4: Bastante adecuado, 5: Muy adecuado. En el aspecto Observaciones usted podrá proponer las consideraciones pertinentes de acuerdo a su experiencia en el tema. Ofrecemos adjuntos los fundamentos de la estrategia didáctica, así como las indicaciones metodológicas para su análisis necesario. Agradecemos su colaboración y las sugerencias pertinentes.

Aspectos a evaluar	I	PA	A	BA	MA	Observaciones
Objetivo Contribuir al desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática en los estudiantes del preuniversitario						
Fundamentos Filosóficos						
Fundamentos Psicológicos						
Fundamentos Didácticos						
Fundamentos Pedagógicos						
Fundamentos Epistemológicos						
Etapas de diagnóstico Confeccionar y aplicar los instrumentos elaborados para determinar el estado inicial de preparación de los estudiantes en el desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática del preuniversitario. Determinar el nivel de desarrollo de la habilidad formular problemas en cada estudiante.						
Etapas de planeación Determinar los tipos de problemas que los estudiantes vayan a formular según los contenidos impartidos.						
Etapas de ejecución Implementar cada una de las acciones y las operaciones en el proceso de formulación de problemas desde la Matemática del preuniversitario.						
Etapas de control Evaluar la implementación de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas desde la						

Matemática del preuniversitario, mediante la aplicación de pruebas pedagógicas.						
Sugerencias Metodológicas						

Fundamentos que sustentan la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario.

Sugerencias metodológicas para la aplicación de la estrategia didáctica

Anexo 11. Resultados de los criterios de los expertos con respecto a la primera ronda para valorar la estrategia didáctica

Primera ronda	Muy Adecuado	Bastante Adecuado	Adecuado	Poco Adecuado	No Adecuado
IND_1	25	0	0	0	0
IND_2	7	18	3	0	0
IND_3	6	19	0	0	0
IND_4	5	20	0	0	0
IND_5	24	1	0	0	0
IND_6	25	0	0	0	0
IND_7	25	0	0	0	0
IND_8	25	0	0	0	0
IND_9	25	0	0	0	0
IND_10	25	0	0	0	0
IND_11	25	0	0	0	0

Estadísticos de prueba

N	25
W de Kendall ^a	,712
Chi-cuadrado	178,050
gl	10
Sig. asintótica	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Anexo 12. Segunda ronda de expertos

Objetivo: Valorar la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas y las sugerencias metodológicas para su implementación.

Años de experiencia como profesor de Matemática: _____

Cargo que desempeña: _____

Estimado colega:

En la esfera educacional, las investigaciones científicas tienen como objetivo, tratar problemas muy particulares de este campo con la finalidad de aportar elementos teóricos-metodológicos que permitan perfeccionar la práctica educativa y generar conocimientos que enriquezcan la pedagogía como ciencia. Un ejemplo de propuesta de solución de una investigación científica, que contribuya al perfeccionamiento de la educación, es la estrategia didáctica que se somete a su valoración.

La estrategia didáctica presentada para el desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática en el preuniversitario, está fundamentada desde los postulados filosóficos, psicológicos, pedagógicos, didácticos y epistemológicos. Se establecen, además, las etapas de diagnóstico, planeación, ejecución y evaluación con sus respectivas actividades y las sugerencias metodológicas para su aplicación en la práctica educativa.

Realice una valoración de los aspectos que se presentan en la tabla, desde las categorías que se indican. 1: Inadecuado, 2: Poco adecuado, 3: Adecuado, 4: Bastante adecuado, 5: Muy adecuado. En el aspecto Observaciones usted podrá proponer las consideraciones pertinentes de acuerdo a su experiencia en el tema. Ofrecemos adjuntos los fundamentos de la estrategia didáctica, así como las indicaciones metodológicas para su análisis necesario. Agradecemos su colaboración y las sugerencias pertinentes.

Aspectos a evaluar	I	PA	A	BA	MA	Observaciones
Objetivo Contribuir al desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática en los estudiantes del preuniversitario						
Fundamentos						
Etapas de diagnóstico Confeccionar y aplicar las pruebas pedagógicas, guías de observación y entrevista a los resolutores para determinar el estado inicial de preparación de los estudiantes en el desarrollo de la habilidad formular problemas desde la Matemática del preuniversitario. Analizar los resultados de los instrumentos aplicados. Determinar el nivel de desarrollo de la habilidad formular problemas en cada estudiante.						
Etapas de planeación Determinar los tipos de problemas que los estudiantes vayan a formular según los contenidos impartidos. Determinar en qué medida los estudiantes pueden cumplimentar las acciones y las operaciones para resolver los tipos de problemas a formular.						
Etapas de ejecución Implementar cada una de las acciones y las operaciones en el proceso de formulación de problemas desde la Matemática del preuniversitario.						
Etapas de evaluación Evaluar la implementación de las acciones y las						

operaciones de la habilidad formular problemas desde la Matemática del preuniversitario, mediante la aplicación de pruebas pedagógicas.					
Sugerencias Metodológicas					

Fundamentos que sustentan la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario.

Sugerencias metodológicas para la aplicación de la estrategia didáctica.

Anexo 13. Resultados de los criterios de los expertos con respecto a la segunda ronda para valorar la estrategia didáctica

Primera ronda	Muy Adecuado	Bastante Adecuado	Adecuado	Poco Adecuado	No Adecuado
IND_1	3	22	0	0	0
IND_2	25	0	0	0	0
IND_3	25	0	0	0	0
IND_4	25	0	0	0	0
IND_5	24	1	0	0	0
IND_6	25	0	0	0	0
IND_7	25	0	0	0	0

Estadísticos de prueba

N	25
W de Kendall ^a	,843
Chi-cuadrado	126,441
gl	6
Sig. asintótica	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Anexo 14. Guía de observación a clases de formulación de problemas matemáticos

Objetivo: Observar el comportamiento de los indicadores fundamentales que contribuyen al desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario.

Núcleo temático a tratar:

Indicadores	Categorías		Descripción de la conducta manifiesta
	Favorable	Desfavorable	
Dominio del profesor con respecto al diagnóstico del grupo			
Proceder del profesor para garantizar que la base orientadora de la actividad llegue a todos los estudiantes.			
Proceder del profesor con respecto a la motivación de los estudiantes hacia la formulación de problemas matemáticos en clase.			
Dosificación del tiempo por parte del profesor para la formulación de problemas matemáticos			
Atención diferenciada de las necesidades y potencialidades de cada uno de los estudiantes			
Proceder del profesor para crear las condiciones higiénicas y organizativas del proceso de enseñanza aprendizaje			
Proceder del profesor en la utilización de variadas formas de trabajo con los estudiantes que propicien el intercambio con el resto			
Suficiencia del tiempo disponible para abordar cada una de las acciones y las operaciones durante la clase			
Orientación de las acciones y las operaciones de la habilidad formular problemas matemáticos			
Proceder de los estudiantes para identificar las aplicaciones del contenido matemático			
Proceder de los estudiantes para seleccionar un tema y relacionarlo con el contenido matemático a abordar			
Proceder de los estudiantes para recopilar datos de interés sobre el tema identificado y aportar nuevas ideas, partiendo de su experiencia o conocimiento del tema.			
Proceder de los estudiantes para generar ideas e identificar datos y requerimientos			
Proceder de los estudiantes en la organización de las ideas y el planteo de la situación inicial			
Proceder de los estudiantes en la elaboración del plan previo y la identificación de los requerimientos			
Proceder de los estudiantes para modelar matemáticamente la información			

Proceder de los estudiantes en la identificación de figuras, tablas o esquemas según el contenido matemático abordado			
Proceder de los estudiantes para controlar si lo construido satisface las condiciones y si es posible transformar los esquemas para variar el nivel de complejidad			
Proceder de los estudiantes en la Elaboración de la redacción			
Proceder de los estudiantes en el establecimiento de los nexos entre los datos y el requerimiento			
Proceder de los estudiantes en el diseño del plan de solución y la selección de las relaciones matemáticas entre los datos y el requerimiento			
Formas de los estudiantes para socializar lo escrito e intercambiar ideas			
Proceder de los estudiantes en la resolución del problema formulado			
Proceder en la puesta en práctica y representación de la solución			
Proceder de los estudiantes en la revisión de la redacción			
Proceder de los estudiantes en la reconstrucción del texto.			
Proceder de los estudiantes en el análisis de los procedimientos realizados			
Proceder de los estudiantes en la búsqueda de otras vías de solución			
Control del profesor en cuanto a: ✓ La decodificación, la fluidez y el vocabulario. ✓ Conectar ideas dentro y entre oraciones. ✓ Leer en voz alta y conversar sobre lo leído. ✓ Atender al ajuste del tema y calidad de las ideas ✓ Ajustar la estructura a las normas de presentación			

Anexo 15: Guía para el análisis de documentos normativos

Análisis de los programas de Matemática

Objetivo: Analizar el tratamiento que se le brinda al desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos

Guía para el análisis

- ✓ Si se muestra en los objetivos de la unidad
- ✓ Si se muestra en el contenido de la unidad
- ✓ Si se muestra en los objetivos a evaluar

Programa de décimo grado por unidades	Objetivo de la unidad	Contenido de la unidad	Objetivo a evaluar
1- Los números reales. Estadística descriptiva			
2- Trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas			
3- Funciones modulares y potenciales			
4- Trigonometría y sus aplicaciones a la geometría			
Programa de onceno grado por unidades			
1- Funciones numéricas, sus propiedades y operaciones			
2- Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas			
3- Ecuaciones y funciones trigonométricas			
4- Geometría analítica de la recta en el plano			
5- Curvas de segundo grado y secciones cónicas			
Programa de duodécimo grado por unidades			
1- Inducción completa. Sucesiones numéricas			
2- Números complejos			
3- Estadística y probabilidades. Combinatoria			

Análisis de las orientaciones metodológicas 11no grado

Objetivo: Precisar cómo aparece la *formulación de problemas* en las Orientaciones Metodológicas de Matemática para el onceno grado.

Guía para el análisis

- ✓ Determinar si la habilidad formular problemas matemáticos aparece en las sugerencias específicas para el tratamiento didáctico y metodológico de cada unidad del programa

Libros de texto

Objetivo: Precisar si aparecen orientaciones para formular problemas.

Guía para el análisis

- ✓ Determinar en el libro de texto contenidos que ofrecen mayor grado de dificultad en los estudiantes al momento de formular problemas matemáticos
- ✓ Determinar la existencia de problemas que integren los contenidos del grado

Análisis de los programas de estudio, Programa Director de la Lengua Materna en el preuniversitario y Orientaciones Metodológicas de Lengua Española, Español Literatura y Literatura y Lengua

Objetivo: Precisar el abordaje de la construcción textual en cada nivel educativo

Guía para el análisis

- ✓ Identificar las exigencias para la construcción textual en cada nivel educativo

Anexo 16. Prueba pedagógica aplicada en la etapa de diagnóstico de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario (pretest)

Objetivo: Comprobar si los estudiantes son capaces de formular problemas a partir de situación dada por el profesor.

Modo de aplicación: Por escrito simultáneamente a toda la muestra.

Instrumento:

a) Teniendo en cuenta la información que se le brinda formule un problema que conduzca a la resolución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables. Puede agregar los incisos que considere pertinente.

b) Resuelve el problema formulado

Tema: *Cuba tiene en estos momentos 1112048 personas confirmadas de coronavirus, ha aumentado el número de enfermos confirmados en 10 desde el valor anterior. Actualmente la tasa de pacientes confirmados de coronavirus en los últimos 14 días es de 2,96 por cada 100000 habitantes, sin embargo, esta tasa de confirmados es baja con respecto a la del resto de los 193 países que tienen casos confirmados en la actualidad. En este momento hay 8530 personas fallecidas. Para interpretar estos datos conviene saber que Cuba, con 11317498 habitantes, puede considerarse un país intermedio en cuanto a población. En Cuba, en 2020, fallecieron 289 personas infectadas por coronavirus.*

Anexo 17. Prueba pedagógica aplicada en la etapa de evaluación de la estrategia didáctica para el desarrollo de la habilidad formular problemas matemáticos en el preuniversitario (postest)

Objetivo: Comprobar si los estudiantes son capaces de formular problemas a partir de una situación dada por el profesor.

Modo de aplicación: Por escrito simultáneamente a toda la muestra.

Instrumento:

a) Teniendo en cuenta la información que se le brinda formule un problema que conduzca a la resolución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables. Puede agregar los incisos que considere pertinente.

Tema: *Cuba tiene una población de 11 326 616, de ellos son de sexo masculino 5 623 468 y femenino 5 703 148. El envejecimiento poblacional constituye el principal problema demográfico, con cifras que alcanzan el 18,3% de la población con 60 años y más. Para el 2025 este grupo alcance más del 25% de la población total. Estudios del MINSAP (2019) declaran, además, que el 11,35% tiene entre 10 y 19 años. Las niñas y adolescentes en el mismo rango de edad representan 5.5% del total de la población. En una investigación realizada por el MINSAP en el año 2019 sobre: Familia, sexualidad y salud sexual y reproductiva en Cuba, se revela que, el embarazo en la adolescencia es un problema social que genera desigualdad e inequidad en este grupo poblacional y disminuye el aprovechamiento de oportunidades sociales y económicas para las adolescentes. En efecto, el embarazo en esas edades ha tenido un incremento oscilante en el país desde 2006. En 2018, mientras la tasa global de fecundidad fue de 1.65 hijos por mujer, para las adolescentes hubo una tasa de 54.6 hijos por 1.000 de ellas.*